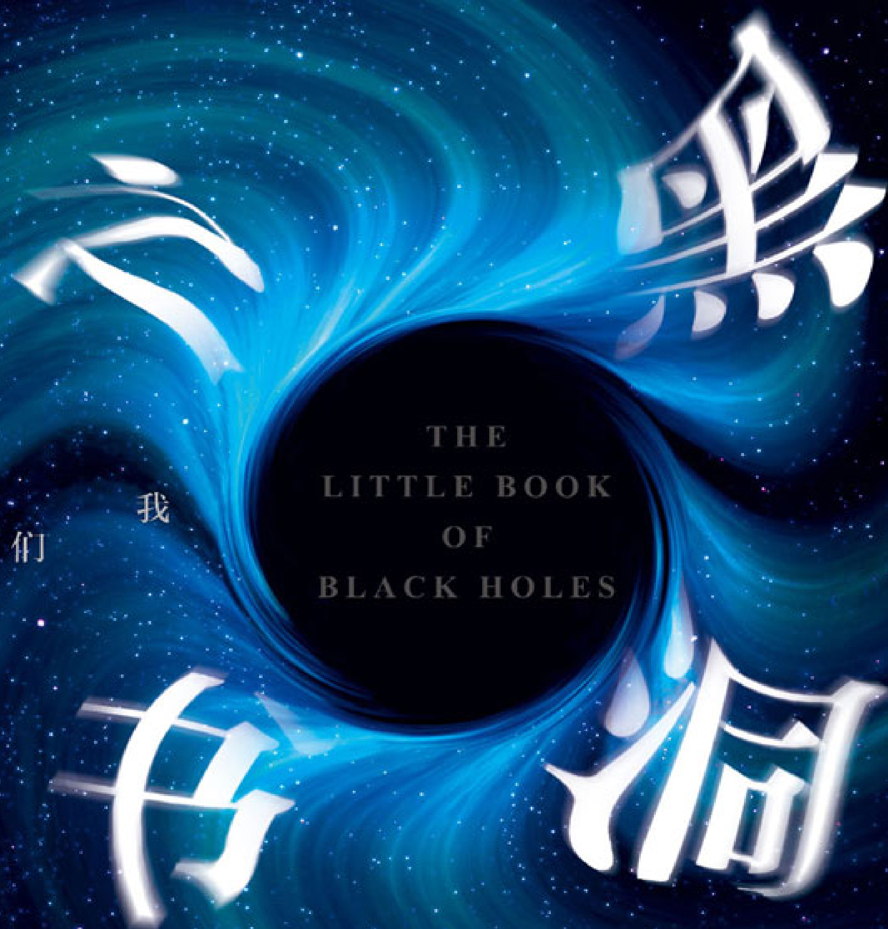
关于宇宙中那些神秘的黑洞，我们已知的和未知的事



黑洞之书

THE LITTLE BOOK OF BLACK HOLES

从爱因斯坦相对论到霍金辐射

[美] 史蒂文·古布泽（Steven S. Gubser）
[美] 弗兰斯·比勒陀利乌斯（Frans Pretorius）_ 著

苟利军　郑雪莹　赵雪杉 _ 译

中信出版集团

版权信息

书名：黑洞之书

作者:[美]史蒂文·古布泽 弗兰斯·比勒陀利乌斯

译者：苟利军 郑雪莹 赵雪杉

ISBN:9787508693651

中信出版集团制作发行

前言

2015年9月14日，自阿尔伯特·爱因斯坦（Albert Einstein）写下广义相对论方程后几乎过去了100年。两台巨大无比的探测器，一台位于路易斯安那州，另一台位于华盛顿州，正在为探测引力波做最后的准备。突然且出人意料地，探测器记录下了一串独特的啁啾信号。如果把这串信号转化成声音，那么它听起来就像微弱而低沉的捶击声。

5个月后，在对探测器记录下的数据进行了谨慎检查的前提下，LIGO（激光干涉引力波天文台）团队公开宣布了他们的探测结果。那串啁啾信号正是他们希望探测到的引力波，来自一对合并的黑洞。整个物理学界都为之沸腾，就好像我们一直都是红色盲患者，突然在某个时刻眼前豁然开朗，我们生平第一次看到了一枝红玫瑰。

这是一枝多么漂亮的红玫瑰啊！LIGO团队的最佳估计表明，这个微弱的信号是10亿年前两个黑洞的合并产生的，它们中的每一个都约为太阳质量的30倍那么大。在碰撞过程中，有相当于三倍太阳质量的能量被蒸发成了引力辐射。

黑洞和引力波都是爱因斯坦广义相对论预言的结果。广义相对论预测了在黑洞碰撞事件中，LIGO探测器将会看到的引力波类型，2015年9月14日记录下的啁啾信号就非常接近这个预言。引力波的第一次成功探测不仅证明了长久以来的理论猜想，也预示着引力波天文学时代的到来。LIGO探测器实现了几十年来我们梦寐以求的愿望。现在，我们希望能探索这个盛开着惊喜之花的全新引力花园。

科学很难具有数学意义上的确定性，因此我们会问：LIGO团队的解释有多大把握是正确的，即这个微弱的声音来自10亿年前两个黑洞的合并？答案是：非常确定。所有证据都与这个结论相吻合。两台探测器都记录下了这个信号，附近似乎也没有发生什么能解释这个信号的事件。对于此前的探测技术来说这个信号实在太微弱了，但对于现在的设备来说，它已经足够强了。双黑洞在10亿年前合并的假设也未与一般的天体物理学和宇宙学理论发生冲突。关键的一点是，我们有希望能探测到更多此类事件去验证它。事实确实如此，LIGO团队后来又宣布了第二例被证实的引力波事件，发生在2015年的圣诞节，第三例事件发生在2017年1月4日，[注]这些事件与第一次的发现大体一致，因此我们应该有充分的信心认为LIGO真的探测到了双黑洞合并事件。总而言之，我们相信现在正是天体物理学新时代的黎明时分，黑洞将在未来扮演关键角色。

在本书里，我们将从两个方面来讲述黑洞。一方面，作为天体物理的一个重要研究对象，黑洞的存在几乎毋庸置疑；另一方面，作为理论的实验室，它有助于我们锤炼对引力、量子力学及热学的理解。在第1章和第2章里，我们将以狭义相对论和广义相对论作为开场白。在之后的章节中，我们将一一讨论有关施瓦西黑洞、自转的黑洞、黑洞碰撞、引力辐射、霍金辐射和信息丢失等问题。

那么，黑洞到底是什么？从本质上说，它是一个时空区域，物质一旦被拉入这个区域，将无法从中逃逸（图0－1）。让我们来看一下最寻常的黑洞，即所谓的“施瓦西黑洞”，它是以其发现者卡尔·施瓦西（Karl Schwarzschild）的名字命名的。古语说：“世事有起终有落。”但在施瓦西黑洞的内部，有一个更确切的事实：没有“起”，只有“落”。但是，我们不太确定这样的“落”最终会到达哪里。从施瓦西黑洞背后的数学原理出发得出的最直截了当的假说是，黑洞核心有一个可无限压缩的物质核，落入这个核是万物的终

结，也是时间的终点。这个假说非常难以检验，因为进入黑洞的观测者不可能回来告诉我们他看到了什么。

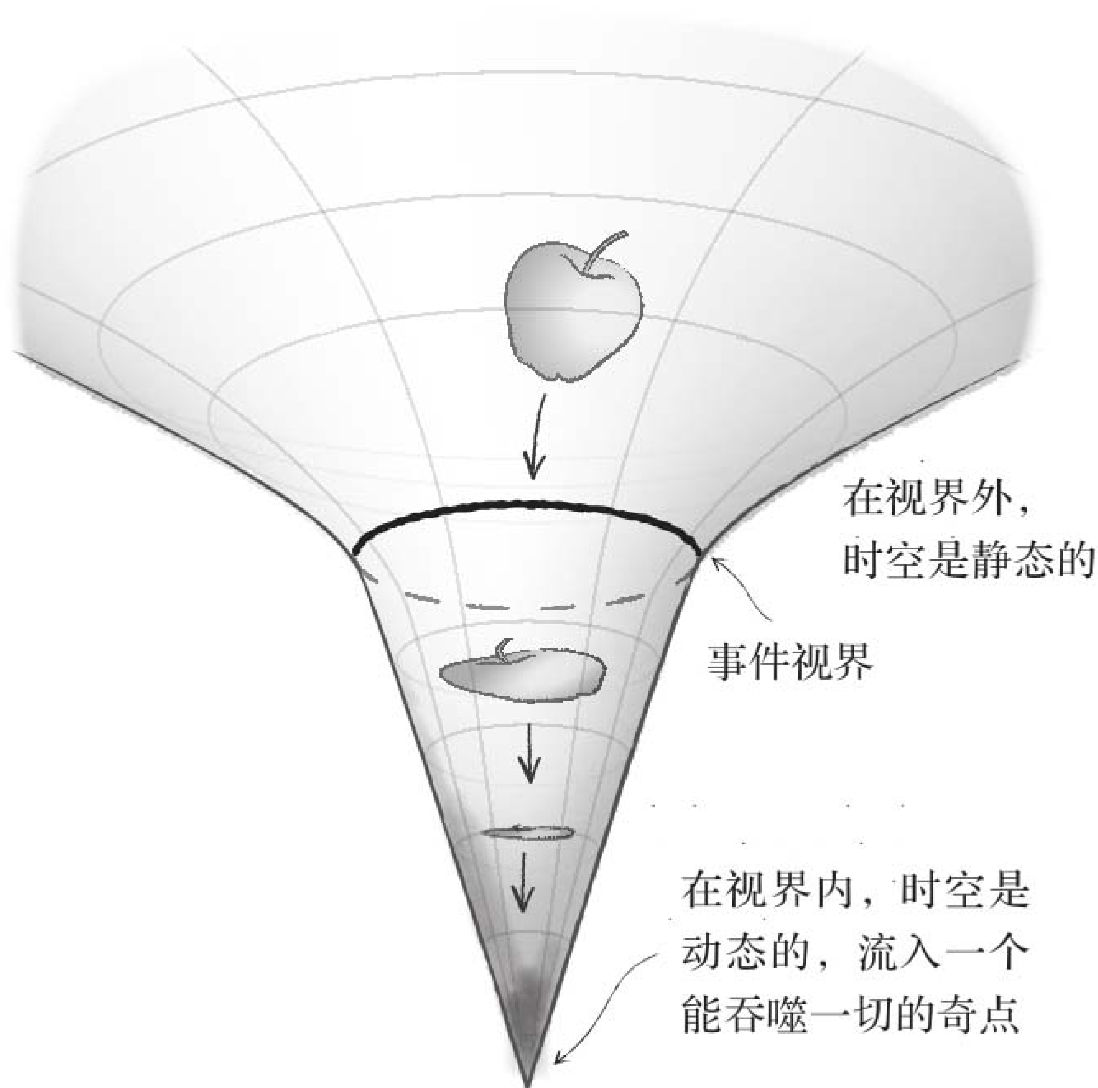


图0-1 黑洞的几何剖面图。在视界外很远的地方，时空是平直的。随着向视界移动，时空会逐渐变得弯曲，但依然独立于时间，换句话说时空仍是静态的。然而，在进入视界之后，时空就变成动态的了：随着时间的流逝，两个空间维度（球面几何）被压缩，而第三个维度（图中没有展示出来）被拉长，直至所有空间都被拉伸和挤压成一个无限细长的奇点

在更深入地探索施瓦西黑洞之前，让我们先退一步思考一下比较温和的引力。在地球表面，如果一个物体具有足够大的上升速度，那么它将飞离地球，永不回头。能够做到这一点的最小速度就是逃逸速

度，如果忽略空气摩擦力，地球表面的逃逸速度大约是每秒11.2千米。相较而言，人类投球的速度很难超过每秒45米，比逃逸速度的0.5%还慢；大火力来复枪的子弹出膛速度大约是每秒1.2千米，略快于逃逸速度的10%。所以，我们通常所说的“有起终有落”，是指用一般方法使物体上升，相对于这个强度而言，地球引力还是较强的。

火箭是我们克服地球引力并把物体送入太空的现代手段。想要摆脱地球引力，火箭的速度无须严格地超过每秒11.2千米（尽管有些火箭达到了）。事实上，火箭会以一个稍低的速度飞行，并借助充足的燃料保持向上推进的状态，直至地球引力场明显减弱的高度。在这样的高度上，逃逸速度也相应减小。换句话说，为了把空间探测器完全带离地球引力场，在推进器熄火后，火箭的飞行速度必须比这个高度所需要的逃逸速度还快。

现在我们可能会问，如果地球的密度增大，会怎么样？因为引力场变得更强，地球表面的逃逸速度也会变大。在已知宇宙中，普通物质能形成的最致密且稳定的天体是中子星，它相当于把大约1.5倍的太阳质量塞进一个半径只有12千米的球里，尽管这个半径的测量不是非常精确。强度大约是地球引力场的1000亿倍的巨大引力把普通物质塞进中子星内部，假设中子星的半径是12千米，那么其表面的逃逸速度大概是光速的60%。

我们才不会就此打住呢，我们还可以做一个思想实验：进一步压缩中子星。如果将这颗中子星的半径压缩到只有4.5千米，它的逃逸速度就需要达到光速。而如果它的半径小于4.5千米，引力效应就会完全变样。这时，任何形式的物质都不可能在引力的作用下保持原样，时间的向前流逝就等同于沿着半径向内移动，逃逸是不可能的。这就是黑洞。

本书前几章的主要目的是让读者更精确地了解黑洞。我们即将探索的一个关键概念是事件视界，即黑洞的“表面”，它是几何意义上

三维空间里的一个二维位置。比如，对于最寻常的施瓦西黑洞而言，事件视界是完美的球形，其半径被称为施瓦西半径。黑洞视界的奇怪之处（至少根据通常的理解）在于，它并不是任何具体事物的表面。在你穿过它的那一刻，你并不会感觉有什么特别之处。但如果你想转身出去，问题就来了：无论你费多大力气——用火箭、激光炮或其他任何方法，也不管外界给予你什么帮助，你都不可能再回到视界之外了，就连发出求救信号说你被困住了也做不到。打个诗意的比方，我们可以视黑洞视界为瀑布边缘，一旦进入，时空就会不可避免地跌落至能摧毁一切的奇点中。

黑洞远不只是一项思想实验。我们相信在宇宙中至少有两种情况会生成黑洞，一种是沿着前文中关于中子星的讨论，当大质量恒星耗尽其核燃料时，它们就会发生坍缩。坍缩的过程混乱不堪，大量物质都在爆炸时被吹入周围的宇宙空间，我们称之为超新星爆发。（实际上，一般认为超新星在将金属和其他重元素散布到宇宙的过程中扮演了关键角色。）爆发后剩余的质量足够大，以至于不能形成一个保持稳态的中子星，于是它们将坍缩成一个黑洞，其质量至少是太阳的几倍。LIGO团队探测到的双黑洞质量更大些，但它们也很可能是由恒星坍缩产生的。

人们认为在星系的中心存在着质量更大的黑洞。那些黑洞到底是如何形成的，至今还是一个谜，这也许与暗物质或宇宙早期的物理过程有关，抑或是与两者都有关。星系中心的黑洞质量大得惊人，可以达到太阳质量的成千上万倍，乃至几十亿倍，[注]通常认为银河系的中心有一个约400万倍太阳质量的黑洞。我们也许会感到好奇，既然没有信号能从黑洞视界中逃逸，我们又是如何知道那里有黑洞存在的？答案是：黑洞附近的物体会受到它的吸引。通过跟踪研究银河系中心附近的恒星运动，我们可以肯定那里有一个质量非常大、密度非常高的天体。虽然依靠这种方法并不能证明它就是一个黑洞，但如果它不是黑洞，那么它必定也是一个更加不可思议的东西。简言之，黑洞是最

简单的可能，而且现在学界普遍认为，即使并非绝大多数星系的中心都存在黑洞，中心潜藏着黑洞的星系也有很多。

黑洞是非常有用的理论实验室，因为和大多数天体比较，关于它的计算比较简单。而恒星则非常复杂，其内核的核反应为它们提供能量。同时，恒星内部的物质承受着高压，也会有流体动力学运动。虽然我们可以对这些情况进行数值模拟，但确实还不能完全理解它们。此外，恒星表面的动力学就像地球的天气情况那样复杂。相比之下，黑洞要简单得多。在不存在其他外部物质的情况下，黑洞的形式只会有几种明确的可能，所有这些形式都可以用求解爱因斯坦的广义相对论方程得到的弯曲时空几何结构来解释。可以肯定的是，下落的物质会使事情变得复杂一些，但我们对普通物质落入黑洞的行为也有不错的理解。如今，我们甚至已经有了较好的黑洞碰撞的数值模拟，这本书第6章的主要内容之一就是解释这是如何实现的，以及这对像LIGO这样的探测实验有什么意义。

事情的奇怪之处就在于黑洞并不黑。借助量子力学，史蒂芬·霍金（Stephen Hawking）证明了黑洞有一定的温度，这跟它们表面的引力相关。事实上，专门有一个名为“黑洞热力学”的研究领域，致力于研究黑洞解的几何特征与我们熟悉的热学特征（比如温度、能量和熵）之间的精确对应关系。甚至有观点认为，在宇宙遥远区域的黑洞内部会发生重叠，编码出一种名为“纠缠”的量子效应。我们将在本书的第7章介绍这部分内容。

黑洞持续地吸引着科学家们的好奇心。天文学家一直在寻找关于自转黑洞特征的更精确的证据，现在他们热切期望与引力波天文台合作，以进一步理解与黑洞合并相关的灾难性事件。这只是引力波天文学的开端，全世界正在努力建造引力波探测网络，包括美国（华盛顿州汉福德和路易斯安那州利文斯顿的两台LIGO探测器）、欧洲（Virgo和GEO600）、日本（KAGRA）、印度（LIGO India）等国家和地区。同

时，弦理论物理学家们从更高维度研究黑洞，不仅将其作为探索引力的量子效应的方法，还将其与重离子碰撞、黏性流体和超导体等物理现象进行类比。黑洞启发我们思考一些最奇怪的问题：有朝一日，黑洞能否为我们所用？它们的内部到底有什么？掉入黑洞究竟会怎么样？或者——有没有可能我们已经身处黑洞之中却浑然不觉呢？

---

1. 截至本书中文版编辑出版之际，LIGO和Virgo（室女座引力波探测器）已经探测到了6例引力波事件，其中包括一例中子星合并事件。——译者注

2. 星系中心的黑洞质量通常至少是太阳质量的几十万倍。——译者注

第1章 狭义相对论

为了理解黑洞，我们需要学习一些相对论知识。相对论分为两个部分：狭义相对论和广义相对论。爱因斯坦于1905年提出了狭义相对论，主要是关于物体相对于其他物体的运动，他还提出，观测者的运动状态会影响到观测者的空间和时间体验。狭义相对论的核心思想可以用一种被称为“闵可夫斯基时空”（Minkowski spacetime）的优美的几何形式来表述。

广义相对论在狭义相对论的基础上加上了引力理论，它是我们真正理解黑洞所需要的理论。爱因斯坦花了10余年的时间来构建广义相对论，直至在1915年年末发表的一篇论文中，他才提出了最终的爱因斯坦场方程。这些方程描述了引力是如何将闵可夫斯基时空扭曲成弯曲时空的，比如在第3章中我们将会介绍的施瓦西黑洞时空。相较于广义相对论，狭义相对论更简单，这是因为狭义相对论没有考虑引力，也就是说，引力效应被忽略了，或引力太微弱，不会造成显著的影响。

狭义相对论提到了公式$E=mc^2$，它将能量E、质量m以及光速c联系在一起。或许在所有人心目中，它是物理学中最著名的方程之一。这个公式使我们能够预见核武器令人震慑的强大威力，还寄托着我们开发核聚变清洁能源的希望，虽然目前还没有实现。$E=mc^2$也与黑洞物理学紧密相关。在我们第一次观测到的黑洞合并事件中，有相当于三个太阳质量的能量被释放出来，这就是关于质量和能量守恒关系的最好例证。要想对这种碰撞的灾难性有个直观的概念，你可以想象一下，在核武器（假设当量为400千吨）爆炸中转化为能量的质量只有19克。

狭义相对论与詹姆斯·克拉克·麦克斯韦（James Clerk Maxwell）的电磁理论密切相关。事实上，早在19世纪后期，有关相对论时空观的早期暗示就以所谓的“洛伦兹变换”（Lorentz transformations）的形式出现了。洛伦兹变换解释了观测者感知的电磁现象是如何随观测者的运动而改变的。光是一种最常见的电磁现象，它是电场和磁场的“行波”（traveling wave）。麦克斯韦理论的结论之一是，光具有确定的速度。相对论就是建立在光速是一个常数的基础之上，与观测者的运动无关。

狭义相对论用参照系来描述观测者的运动。要想知道什么是参照系，可以想象一列满载着乘客和行李的高速运动的火车。火车上的一切相对于火车都是静止的，但是火车相对于地球运动得很快。假设火车正沿着一条直线以恒定的速度运动。为了完整准确地给出参照系的解释，我们应该设定不存在任何显著的引力场。比如，我们不再考虑在地球表面匀速行驶的火车，而是想象在真空中以恒定的速度飞行的宇宙飞船。在这种情况下，地球的引力场足够弱，以至于我们可以忽略它对火车的影响，从而只用狭义相对论即可，而不需要引入广义相对论。

如果不往窗外看，我们很难知道火车开得有多快。特别是在火车运行非常平稳，轨道非常平坦，百叶窗也都合上的情况下，我们不可能知道火车正在移动。火车提供了一个参照系，乘客可以自然地运用它来判断火车内部的东西是否在移动。他们无法判断（在上文描述的理想情况下）整列火车是否在移动，但他们肯定知道有人走过过道，因为这个人正相对于他们的参照系在移动。此外，无论火车是否真的在动，所有物理现象，比如掉落的球或旋转的陀螺，在火车上的观测者看来都表现得与火车静止时一样。简言之，参照系是一种观察空间和时间的方式，它与一个或一组处于匀速运动状态的观测者相关。匀速运动意味着火车不会加速、减速或转向，因为如果火车正在加速运

动，乘客将会感到他们被推回座位上；如果火车正在减速运动，乘客将会感到自己被甩向前方。

现在，我们想象火车在经过一个车站时既没有加速也没有减速的情况。火车上的三位乘客艾丽丝、阿伦和艾弗里，是正在运动的A参照系中的观测者。与此同时，他们的朋友鲍勃、贝特西和比尔正站在站台上，我们把这样的一个静止参照系称为B参照系。为了画出这些参照系，我们把B参照系的位置作为水平轴，把B参照系的时间作为垂直轴，并标示出不同的观测者在时空中的轨迹。随着时间的推移，B参照系的观测者总是待在固定的位置上，而A参照系中的观测者向前移动了（图1－1）。这个示意图实际上就是闵可夫斯基时空，时空一词意指我们将时间与空间展现在同一幅图中。我们也可以从一个不同的视角去看闵可夫斯基时空，即A参照系中的观测者相对静止而B参照系中的观测者向后移动。我们稍后再谈这个视角。

狭义相对论成立的前提是光速恒定，也就是说，火车上的观测者和站台上的观测者测量的光速是一致的。否则，观测者就可以通过测量光速来判断自己到底处于哪一个参照系。但是，相对论的一个核心原则是：在任何参照系中，物理效应都应该是一样的。这样一来，你就不能从任何物理测量中分辨出你处于哪个参照系。根据这个原则，我们不能说“在这个参照系内的物体是静止的，在其他参照系中的物体则是运动的”，而只能说“任何参照系都是一样的。我们唯一能认同的关于运动的观点，就是一个观测者相对于另一个观测者的运动”。换句话说，运动状态不是绝对的，而是相对的。因此，“A参照系在运动，而B参照系为静止的”的说法不恰当。我们只能说，它们处于相对运动状态（尽管B参照系静止的观点看上去很自然，因为我们总是考虑相对于地球的运动）。

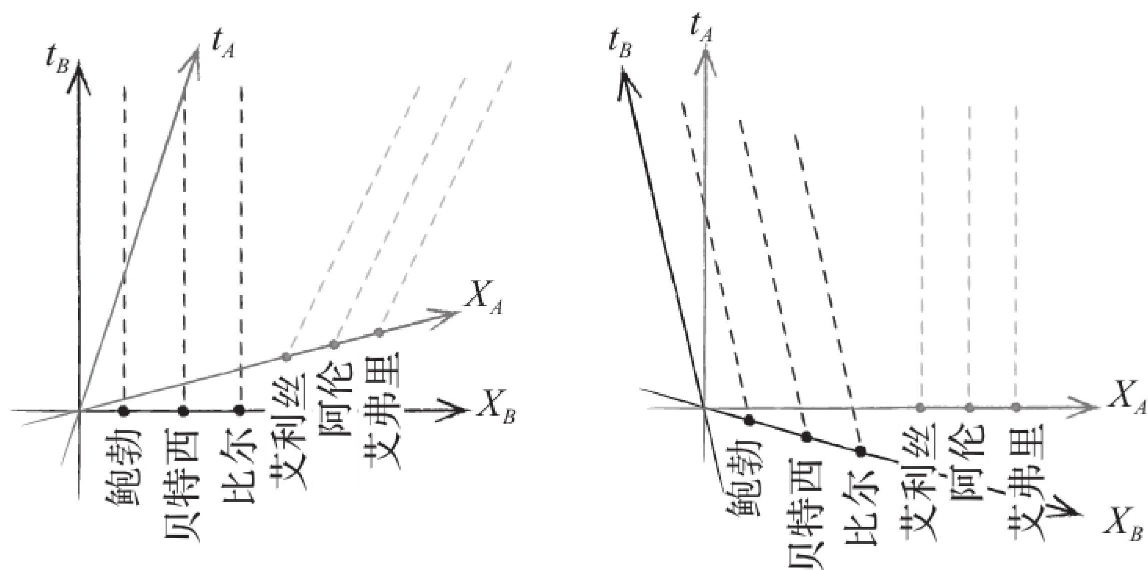


图1-1 闵可夫斯基时空和参照系。在左图的闵可夫斯基时空里，三个观测者在B参照系中是静止的，另外三个观测者在A参照系中是向前运动的。在右图的闵可夫斯基时空里，B参照系中的三个观测者是向后运动的，而A参照系中的三个观测者是静止的

我们关于相对运动的解释似乎符合常识，接下来我们应该问自己，如何从中得到关于时间和空间的本质问题的线索。问题的关键在于麦克斯韦的电磁理论。这个理论告诉我们（当然不止这些），如果火车上的艾丽丝掏出一支激光笔，朝着火车的运行方向发射一个光脉冲，与此同时，站台上的鲍勃也朝同一方向发射一个光脉冲，那么这两个光脉冲将以相同的速度向前传播。这似乎也是一个无伤大雅的说法，但事实并没有这么简单！如果我们让火车以99%的光速行驶（这显然不是美国的火车），那么鲍勃岂不是会测量到艾丽丝发射的光脉冲速度几乎是光速的两倍？毕竟，艾丽丝相对于鲍勃以99%的光速向前运动，她发射的光脉冲又相对于她以光速向前传播，因此鲍勃似乎会测量到她发射的光脉冲以199%的光速前进。但根据电磁理论，这又是不可能的！事实上，鲍勃会测量到光脉冲相对于他的运动速度，与艾丽丝测量到的光脉冲相对于她的速度相等，正好都是光速。

这怎么可能呢？原因在于，艾丽丝和鲍勃测量时间流逝的方式不同，他们测量长度的方式也不一样。其中的细节就隐藏在洛伦兹变换

的数学表达式中，洛伦兹变换能将A参照系中的时间和长度转换成B参照系中的时间和长度。闵可夫斯基时空中的洛伦兹变换可以很容易地用图来表示。洛伦兹变换前（图1－1的左图），我们可将B参照系视为静止的，将A参照系视为运动的。而在洛伦兹变换后（图1－1的右图），A参照系是静止的，而B参照系是向后运动的！洛伦兹变换仅仅是观察视角的变化，一个是鲍勃将他的参照系看作静止的视角，另一个是艾丽丝将她的参照系看作静止的视角。

洛伦兹变换的主要结论包括时间延缓和长度收缩。我们先解释时间延缓，因为它更容易描述。假设一个星期五的中午，你要从美国新泽西州的普林斯顿站上火车。为方便起见，我们将这个时间和地点对应于闵可夫斯基时空的原点，即t轴和x轴的交叉点。现在经过普林斯顿站的有快车和慢车，快车向北去往纽约，慢车向南去往费城，你可以自行决定搭乘哪一列。你要做的事情就是，看表计时，坐恰好一个小时的火车，然后下车标记出你所在的位置。很明显，如果乘坐的是快车，你将会走得更远。要知道，当你乘坐的火车速度是原来的两倍时，你走过的路程也将是原来的两倍。事情的微妙之处就在于，搭乘火车的一个小时是你用自己的表来度量的，而火车的速度是由相对于地面静止的观测者测量的，他们的表记录下的时间会与你的表有差异，因为他们与你处在不同的参照系中。

那么，你一个小时后会抵达哪里？或者说，如果你和你的一群朋友分别乘坐不同的火车（同时离开普林斯顿站），你们一个小时后将到达何处？答案是，你们都会处于闵可夫斯基时空中的双曲线上（见图1－2）。换句话说，双曲线是一个小时之后所有可能抵达的位置的集合。其中一个可能的位置是下午1点的普林斯顿站，如果你在一辆静止的火车上坐一个小时，你就会“到达”时空中的这个点。在这样的情况下，你到达这个点的时间自然是下午1点，因为你的参照系与普林斯顿站的参照系相同，所以你的表和车站的时间也一致。但如果你上了一列去往其他地方的火车，你的表就会比车站的时间走得慢，所以

当你结束了一个小时的旅途时，实际上到达车站的时间会比你以为的要晚，这种效应就是时间延缓，在闵可夫斯基时空中以双曲线的形式表示。当你离出发地点越来越远时，双曲线也会越来越向时间轴的上方弯曲。(注)所以，闵可夫斯基时空有时也被称为双曲几何。

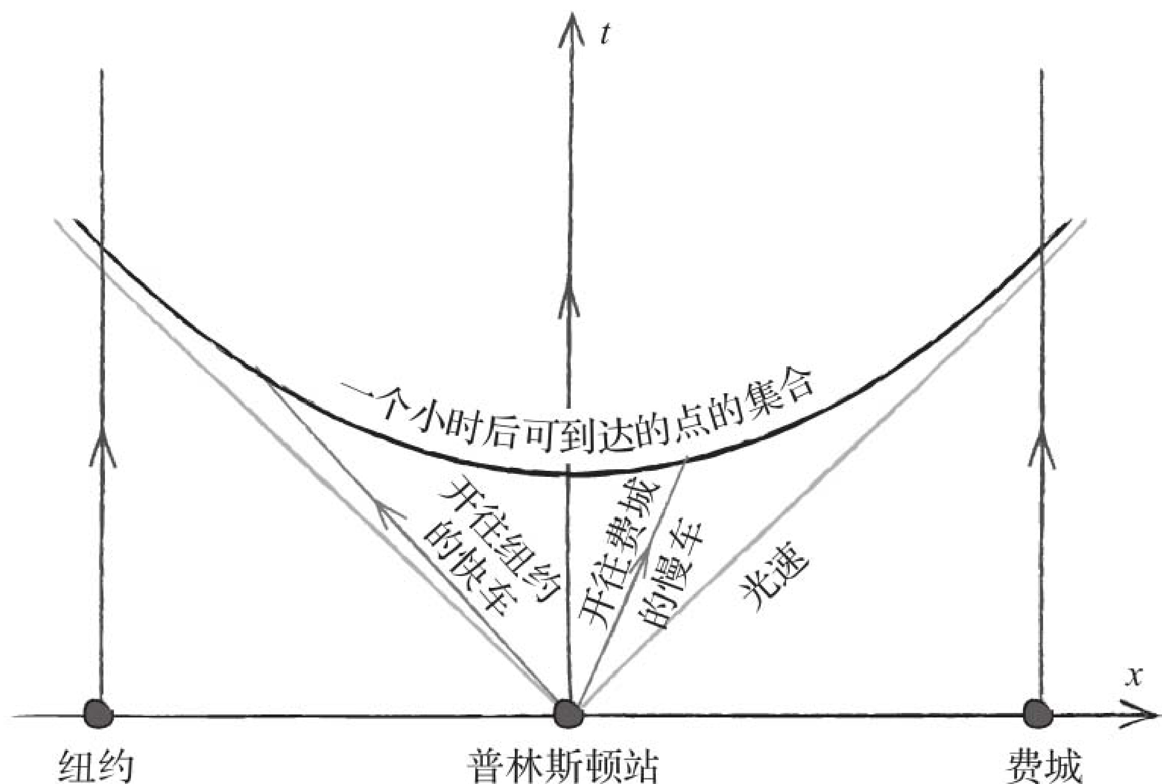


图1-2 从普林斯顿站出发的列车，在一个小时后可到达的所有点构成的曲线是双曲线

在闵可夫斯基时空中，我们用与时间轴的夹角正好为45度的斜线来表示光的恒定速度。你会发现，由一个小时旅程的所有可能的终点构成的双曲线，完全位于从原点发出的两束光线围成的时空区域内。可见，在闵可夫斯基时空中，没有火车能比光跑得快。

看起来我们对时间延缓的讨论好像与洛伦兹变换没有多大关联。为了展示它们之间的关联，我们将火车的参照系设为A，将地球的参照系设为B。假如艾丽丝每天在A参照系中花一个小时从普林斯顿站去往纽约，与此同时，鲍勃和他的朋友们仍然相对地面静止，他们该如何

知晓艾丽丝到达的时间？打电话不太有效，因为艾丽丝的电话信号只能以光速传播，鲍勃和他的朋友们必须根据他们接到她的电话的时间、信号的速度和与纽约的距离来计算艾丽丝的到达时间，怎么看这都太复杂了。所以，鲍勃想出了一个更好的办法，他和他的一个朋友（比如比尔）同步了他们的手表时间。鲍勃和比尔分别在普林斯顿火车站和纽约火车站工作，鲍勃负责测量艾丽丝离开的时间，比尔负责测量艾丽丝到达的时间。这样一来，就不需要打电话了。在遥远的观测者之间精确地同步手表时间似乎有些不易，但有一个很好的办法是，在艾丽丝登上火车之前，鲍勃和比尔都来到普林斯顿火车站和纽约火车站的中点位置，同步他们的手表时间，然后两人再以相同的速度回到各自的火车站。

在以上关于艾丽丝旅途的叙述中，A参照系显然是特殊的，因为艾丽丝不需要任何朋友的帮助，就可以测量她的整个旅程的时间，而鲍勃和比尔必须合作才能完成这项工作。艾丽丝测量的时间间隔，被称为“固有时”（Proper time），因为艾丽丝在她的参照系（A参照系）中一直处于固定位置。而鲍勃和比尔测量的时间间隔（B参照系）总是大于固有时。时间延缓是A参照系与B参照系关于时空视角的关联性的部分体现，因为A参照系和B参照系间的洛伦兹变换就包含了时间延缓和其他一些效应。

类似的讨论还可以用来描述长度收缩。让我们想象一下，鲍勃、比尔和艾丽丝不再坐火车了，而是去参加奥运会。艾丽丝希望自己能在撑竿跳比赛中创造新的纪录。她的制胜秘诀是跑得非常快，速度可达光速的87%。（出于某种原因，她还是把100米短跑比赛的冠军头衔让给了博尔特，即使她认为自己可以以少于0.4微秒的时间创造该比赛项目的世界纪录。）艾丽丝选择了一根6米长的竿子，虽然这比大多数撑竿跳运动员用的竿都长，但她毕竟是非常特殊的选手。鲍勃和比尔不相信艾丽丝的竿子真有那么长，所以他们打算在艾丽丝水平地拿着她的竿子沿跑道快速奔跑的过程中进行测量。显然，这是一项很困难

的任务。怎样才能完成测量呢？他们想出了一个办法。他们先同步了手表时间，然后站在相距不到6米的地方。两人约定好在某一时刻看一眼艾丽丝，并记录下各自看到了竿的哪一部分。经过多次尝试，他们设法让鲍勃看到的是竿子的后端，而比尔看到的是竿子的前端。然后测量两人之间的距离，结果显示他们相距3米，因此他们断定艾丽丝的竿子只有3米长。他们向艾丽丝说明了他们的发现，但艾丽丝反驳说他们肯定弄错了。艾丽丝向她的两个朋友阿伦和艾弗里寻求帮助，他们两人都跟着她跑（显然他们也是优秀的短跑运动员），并在她的参照系中测量她的竿子长度。结果阿伦和艾弗里发现艾丽丝的竿子确实有6米长。

A参照系在这次讨论中再一次显示了其特殊性，因为它是唯一与艾丽丝的竿子保持静止的参照系。在A参照系中测得的长度被称为“固有长度”（proper length），而在B参照系中测得的长度往往会变短，这种效应被称为长度收缩。时间延缓和长度收缩密切相关，我们可以继续想象，艾丽丝离开运动场前往酒吧。在她的世界里，去酒吧需要花半个小时，同时鲍勃和比尔会用我们之前提到的，测量艾丽丝乘火车去纽约所需时间的方法进行测时。这个时候时间延缓涉及一个因子2，即艾丽丝的冲刺速度达到了破纪录的87%的光速。长度收缩也涉及一个因子2，即A参照系中的观测者说她的竿子有6米长，而B参照系中的观测者说她的竿子只有3米长。总的来说，时间膨胀和长度收缩总是涉及相同的因子，有时我们称这个因子为洛伦兹因子。

到目前为止，我们关于狭义相对论的时空几何的讨论，似乎与著名公式$E=mc^2$没有什么关系。现在，我们通过考虑$E=mc^2$的部分推导过程，来尝试建立这一联系，其中最重要的步骤可以用几何语言来描述。之所以只进行部分推导，是因为它会涉及一些未经这本书中充分论证或推导的公式。

第一步，我们用一个公式来说明质量到底是什么。此处最适用的公式是$p=mv$，其中p是动量，v是一个质量为m的物体缓慢运动的速度。$p=mv$的关系可以从牛顿力学中直接得到，当v远小于光速时，该公式是没有问题的。第二步，与能量建立联系。在这里，我们要不假思索地使用另一个电磁学公式：光脉冲的动量p与它的能量E之间的关系为$p=E/c$。我们已经知道，光是特殊的物质，因为它在任何参照系中都以恒定的速度运动，这和有质量物体的行为方式很不一样。在给定的参照系中，有质量物体可以静止不动，也可以以一定的速度v运动，但由狭义相对论可知，这个速度必须始终小于光速。

现在，我们知道了一个有质量物体的动量（$p=mv$）和一个光脉冲的动量（$p=E/c$）。我们不能简单地让这两个动量相等，因为有质量物体与光脉冲是不同的！我们需要做的是，寻找一个通过光脉冲构建有质量物体的动量方程的方法，然后用动量方程推导出$E=mc^2$。

以下是我们的主要思路。我们安放两面可以完美反射的镜子，让它们彼此面对面，并让两束完全相同的光脉冲以彼此相反的方向在镜子之间来回传播。我们认为，这个装置等效于一个有质量物体。假设镜子非常轻，以至于我们可以忽略镜子的质量和能量。这样一来，整个装置的能量就是单束光脉冲能量的两倍。该装置的动量恰好为零，因为一束光脉冲有向上的动量，另一束有向下的动量，它们相互抵消了。所以，系统整体并没有向上或向下的动量，只是其中的一部分在运动。

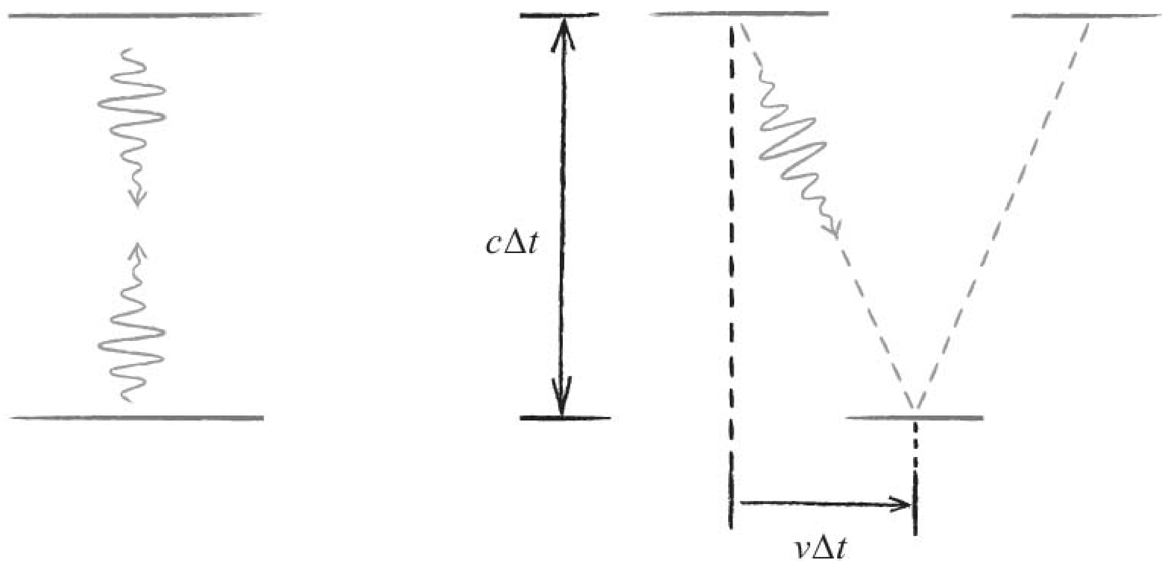


图1-3 镜子与光脉冲装置。左图是两束相同的光脉冲以彼此相反的方向在两面镜子之间传播。右图是镜子以速度v向右移动。光脉冲从一面镜子移动到另一面镜子需要的时间是Δt，光脉冲传播的纵向距离大约是cΔt，横向距离是vΔt

为了推导出$E=mc^2$，我们需要让这个奇妙的装置整体动起来。我们将通过跟踪其中一个光脉冲来简化这个问题，因为如果我们同时跟踪两个光脉冲，就会得到双倍的能量和双倍的质量。同时，只跟踪一个光脉冲也能简化我们关于装置相对于光脉冲是向上还是向下运动的讨论。一旦装置开始运动，光脉冲就不再只是上下传播，它还会有向左或向右运动。这就需要用到几何学知识了，光脉冲的横向运动速度是v，纵向运动速度是c（实际上，它上下运动速度会略小于c，因为光脉冲的总速度要求是c。但在我们需要的精度下，可以忽略这个细节）。另一种表达方式是，光脉冲有v/c的运动属于横向运动。所以我们有理由认为，横向动量$p_{横向}$就是v/c乘以它的总动量p=E/c，即$p_{横向}=Ev/c^2$。我们现在认为$p_{横向}=mv$是合理的，因为$p_{横向}$是总装置动量的横向分量。如果将两种$p_{横向}$的形式结合起来，就会得到方程$Ev/c^2=mv$，简化后即可得到$E=mc^2$！

可能有人会反对说，这个用光和镜子组成的装置，和我们日常生活中的物体可不一样。这种说法并不完全正确。质子和中子构成了绝大多数日常材料的质量，可以近似地认为它们是很小的时空区域，三个几乎无质量的夸克以接近光的速度在其中四处反弹。如果这是事实，质子的质量将完全来自其组成成分夸克的运动，就像光和镜子的整体质量来自光脉冲一样。事实上，一切没有这么简单：夸克之间有强烈的相互作用，这些相互作用为质子的总能量和总质量做出了显著的贡献。尽管如此，大多数日常物质的质量来源还是与我们的光镜分析更相关，而与物质基本成分的固有质量关系不大。

我们越深入地研究狭义相对论，就越会发现麦克斯韦的电磁理论是它的重要前导，不仅如此，麦克斯韦电磁学在许多方面也是广义相对论的前导。现在让我们简述一下麦克斯韦的令人惊叹的电磁理论，作为本章的结尾。

在电磁学得到适当的发展之前，人们所理解的正、负电荷之间的吸引力，就如同牛顿理解的地球和太阳之间的引力一样。简言之，他们都没有真正理解其中的原理。牛顿自知这一点，他曾表达了希望理解万有引力起源的诉求：“我还没有从实验中发现产生重力这些特性的原因，但我预想不需要任何假设。”（引自牛顿的拉丁文原著。）当然，牛顿建立了一个非常强大的定量描述引力强度的定律，他也知道引力与引力体之间的距离平方成反比。正、负电荷之间的吸引力也遵循类似的平方反比律。但让他和他的众多后继者困扰的是，为何力可以跨越距离产生作用。换句话说，令他们感到奇怪的是，一个物体受到的作用力竟然是由另一个遥远物体的存在产生的。迈克尔·法拉第（Michael Faraday）解决了这个难题。根据他的想法，一个带电物体会产生电场并对电场产生感应，电场分布在空间中，符合麦克斯韦建立的4个方程。

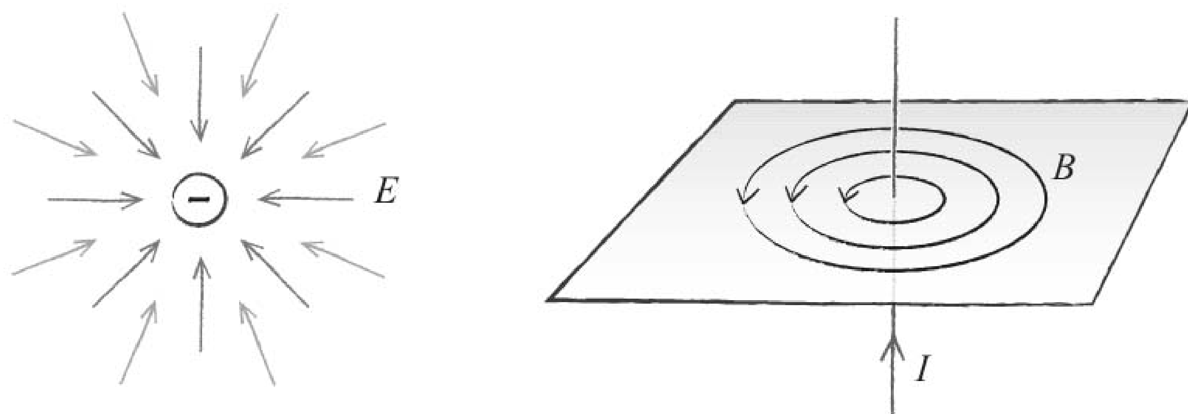


图1-4 电场与磁场。左图展示了负电荷周围的电场E都指向该负电荷。右图展示了一个载着电流I的导线会产生一个环绕它的磁场B

在法拉第的理论中，负电荷并不会直接吸引正电荷。负电荷会在其周围产生指向自身的电场，电场又会吸引距负电荷有一定距离的一个正电荷，最终使正电荷被拉向负电荷。同样地，我们可以说，正电荷周围的电场都指向背离它的方向，这种电场将负电荷拉向正电荷。这两种效应同时发生。如果观察对象只是电荷，我们将得出（正确的）结论：它们感受到大小相等而方向相反的力，把它们拉到了一起。而法拉第的观点是，这些力只有借助电场的作用才会产生，与产生电场的电荷无关。

对于磁力和磁场也可以得出类似的结论。在不讨论细节的情况下，运动的电荷形成磁场并对磁场产生感应，磁场的分布由麦克斯韦方程组表示。一个非常重要的例子是载有电流的导线周围形成的磁场。电流其实就是导线内部微观尺度的电荷的运动，这也符合移动电荷产生磁场的一般规律。

与电场一样，磁场也与产生它们的运动电荷无关。为了理解这句话的意思，我们可以考虑一下麦克斯韦使用过的装置，他正是利用这套装置得出了电磁场方程组的最终形式。让两块金属板彼此平行且互不接触，并在每块金属板上连接一根导线，这种装置被称为电容器。

电流会从一块板流入，而从另一块板流出。这种流动使得一块板上的正电荷越来越多（实际上，是这块板上的电子越来越少），另一块板上的负电荷越来越多（电子越来越多）。由于两块金属板间电荷的不平衡性不断增加，便产生了电场。电场从带正电的极板指向带负电的极板，随着极板电荷的增多，电场的强度也随之增大。

我们知道在载有电流的导线周围会形成磁场，因此在向电容器输送电流的导线周围也会形成磁场。但两块金属板之间没有电流，有人可能会由此天真地认为这两块板之间没有磁场。然而，麦克斯韦发现这与他对电容器的理解不符，于是他提出了一个惊人的解决方案：一个不断增强的电场，能以和电流相同的方式产生一个环绕它的磁场。这个想法是相当重要的一步，它超越了我们最初关于电荷产生电场的概念，因为现在我们看到场也能产生场。

事实上，法拉第早就知道，一个不断增强的磁场会产生一个环绕它的电场，这基本上就是发电机的工作原理。在麦克斯韦的4个方程中，有两个描述了电场和磁场之间这种相辅相成的关系；另外两个方程更简单，它们表明了磁场没有源或汇，而电场唯一的源或汇是正电荷和负电荷。所有的麦克斯韦方程都是微分方程，这意味着它们描述了电场和磁场随时间或空间的变化。这些微分方程取决于在极小的时空邻域内场的行为方式。麦克斯韦方程组中没有超距作用，所有东西都是因周围场的相互作用而形成的。

麦克斯韦最大的成功在于，他的方程暗示了光的存在。正如麦克斯韦理解的那样，光是波动的电场和磁场的组合，电场的空间变化会引发磁场的时间变化，反之亦然。麦克斯韦方程组中的物理常数描述的是电磁相互作用的强度，但当它们以正确的方式结合在一起时，便会给出光速的数值，这可以通过实验来验证。

在接下来的章节里，我们将了解到电磁学和广义相对论之间的两个关键联系：它们都涉及法拉第的场概念，都用微分方程来解释场的

行为，并暗示了某种形式的辐射。在电磁辐射中，电场产生磁场，反之亦然，以自持级联的方式穿过麦克斯韦方程组所描述的时空。这种级联过程具有一个特征波长，电场和磁场的强度会从零增至一个最大值然后减至零，再从零增至另一个最大值然后减至零。可见光是波长约为半微米的光，随着波长越来越长，光就成了红外光、微波和射电；而波长越来越短的光则是紫外线、X射线或伽马射线。

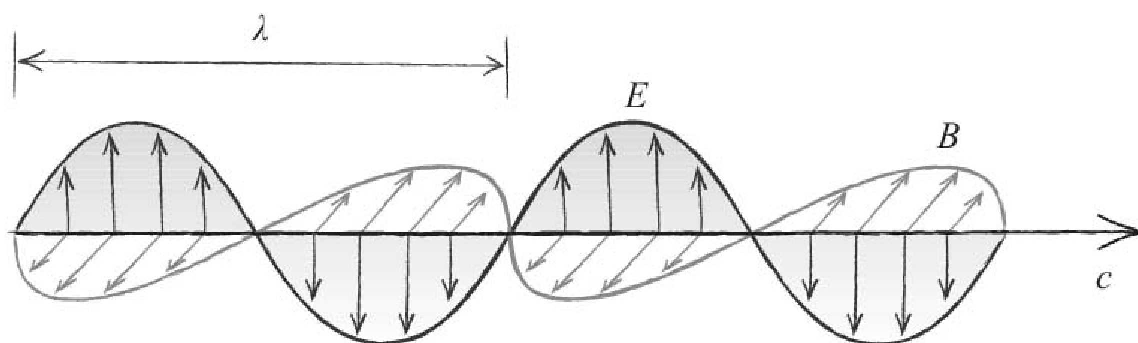


图1-5 光是变化的电场和磁场在空间中的传播，它们都以光速c朝着同一方向运动。以这本书的开本大小来说，波长λ为几厘米，属于微波，它比家用微波炉的波长要短一点儿

爱因斯坦发现引力作用有和电磁作用类似的规律，这正是广义相对论的主要内容。爱因斯坦方程中的引力场比电场和磁场更奇怪：它们就是时空本身的弯曲。另一个出人意料的地方在于，广义相对论可以用纯粹几何学来描述大质量物体。这一点与电磁学非常不同，电荷在整个电磁学中始终是基本元素。这些可由纯粹几何学描述的大质量物体，就是黑洞。

---

1. 在从普林斯顿到纽约的旅途中，到站时间大约只比你认为的时间晚$1/10^{11}$秒。因此，时间延缓并不会让你上班迟到。

第2章 广义相对论

在狭义相对论中，时空是一个空的舞台，观测者和光线穿行其中。只要记住固有时、固有长度、时间延缓和长度收缩等概念，我们就可以清楚地谈论两个事件之间的时间间隔，或两个物体之间的距离。所有运动都是相对的，这一核心思想让时空显得更加空旷。如果有某种“存在”——某种静止的“以太”（ether）来填满所有的时空，我们就总能将以太当作静止参照系，来描述物体相对于以太是静止的还是运动的，并发展出绝对运动的概念。(注)

广义相对论与狭义相对论的情境截然不同。时空是主要角色，它会对大质量物体的存在产生响应，或者说受形式为$G_{\mu\nu}=8\pi G_N T_{\mu\nu}/c^4$的爱因斯坦场方程的控制，时空将变得弯曲。让我们先看看该方程式中的那些符号是什么意思：下标希腊字母μ和ν是所谓的张量指标，它们使我们一下子写出了10个不同的场方程；爱因斯坦张量$G_{\mu\nu}$描述了时空曲率；应力－能量张量$T_{\mu\nu}$描述了物质的存在，在真空中，$T_{\mu\nu}=0$；牛顿引力常量G_N描述的是物质对时空的影响程度；c依然是光速；8π因子（其中π=3.14159…）是一个不太重要的常数。我们完全可以重新定义G_N，使它能够包含8π因子。但我们没有这么做，因为牛顿的引力理论中也包含G_N，现在才来改变它的含义已经太晚了。

作为学习相对论的学生，我们也许会问，在给时空分配了如此活跃的角色的情况下，广义相对论如何包含了狭义相对论？答案是：在大多数情况下引力都非常微弱。如果完全忽略引力，我们就可以回到没有曲率的闵可夫斯基时空。在闵可夫斯基时空中，狭义相对论是有效的，特别是闵可夫斯基时空能在洛伦兹变换前后保持不变，这就从

数学的角度说明了，所有参照系是等价的。而在引力存在时，这些参照系变得不再等价（至少在狭义相对论的一般意义上），因为引力源会使其中的一个参照系变得特殊。读者可能还记得，我们在前文中描述鲍勃的B参照系是静止的时候（实际上，它只是相对于地球静止），就已经提到了这一点。

即使在引力存在时，我们也可以在时空的小区域内使用狭义相对论。这是因为弱引力对时空的弯曲效应很小，如果我们关注的物体或事件在时间和空间上足够接近，就可以近似地认为它们处在一个平直时空中。打个比方，想象一颗子弹穿过一个正从树上掉下来的苹果。我们承认这里引力的作用最终会使苹果以一定的速度落到地面上。但在子弹穿过苹果的极短时间里，重力加速度很弱，不会对整个过程产生显著影响。如果我们想知道子弹穿过苹果时的固有时和时间延缓，用狭义相对论就足够了。

如果想了解在引力很强时结果会有什么不同，你可以想象一颗飞向黑洞的子弹。它不会打穿黑洞！一旦子弹穿过事件视界，它就消失了，也不会有残片从黑洞的另一侧飞出来。这并不是因为黑洞太大，即使对于一个视界只有苹果大小的黑洞来说，情况也如此。黑洞是高度弯曲的时空区域，它们绑架了所有落入其中的物体的未来。（顺便说一下，一个视界大小和苹果相当的黑洞，其质量大约是地球质量的5倍。）

最初，我们打算在引力相当弱的情况下（比如我们在地球上感受到的重力）磨砺我们对广义相对论的直觉。但仍然有一些很奇怪的概念需要我们习惯，其中最明显的是，你在引力阱中的位置决定了时间流逝的快慢。在本章的结尾部分，我们在重温了爱因斯坦方程的全部魅力之后，将寻求强大的微分几何的帮助。只有通过微分几何，我们才能充分阐明之后几章的思想，特别是关于时空弯曲几何——黑洞的概念。

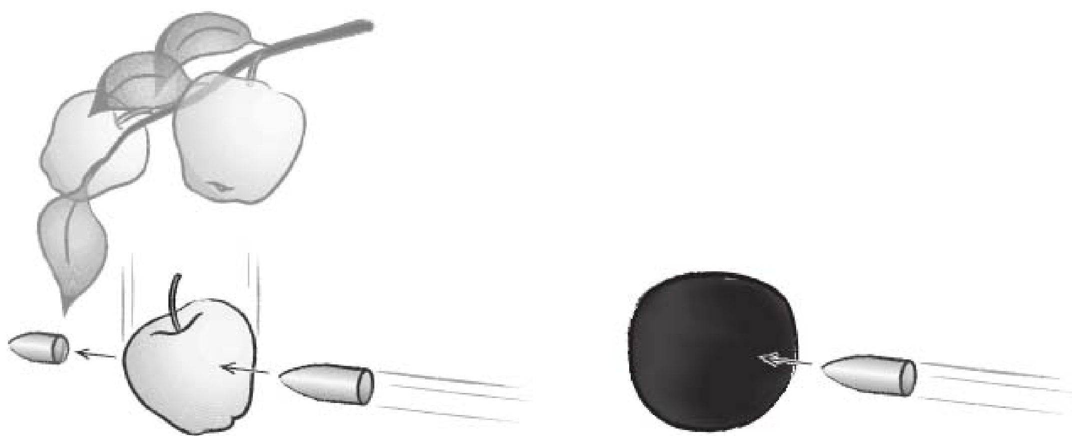


图2-1 子弹、苹果和黑洞。左图展示了一颗子弹穿过一个正从树上落下的苹果，描述这种情形用狭义相对论就足够了，因为引力很微弱且作用的时间很短，不会造成什么影响。右图展示了一颗子弹正在飞向一个视界只有苹果大小的黑洞，这颗子弹将永远不会从黑洞的另一侧飞出来

我们将尽可能地从与电磁学的类比中获得一些启示，以进一步探索广义相对论。为此，我们应该从场的概念入手，以隐含辐射的场方程来收尾。我们的最终目标——爱因斯坦场方程，是描述局域弯曲时空的邻近点如何相互推拉的微分方程。但处理完整、复杂的高度弯曲时空的问题，恰恰是我们现在不想做的事，这就是为什么目前我们把注意力放在所谓的“普通引力”上的原因。普通引力指的是，在所有大质量物体的相对运动速度都比光速慢得多，且没有致密到足够形成黑洞的情况下的引力。太阳系就属于这种情况，在银河系中，除了在坍缩的恒星和银河系中心的黑洞附近，大部分地方也都如此。在讨论普通引力时，我们要求时空几乎是平直的，但又不完全平直。

在电磁学中，电场是最简单的场概念，它使得正电荷和负电荷相互吸引。我们迈向广义相对论的第一步，是要了解如何用类似于电场的性质来解释普通引力——这一性质在时空的各处都显得意义重大，无论是否在引力源附近。总之，我们正试图找到牛顿在描述万有引力产生时无法理解的问题的答案，“我预想不需要任何假设”。

答案就是时间本身。更确切地说，普通引力是由于引力红移而产生的，引力红移就是当你接近一个大质量物体时时间变慢的原因。罗伯特·庞德（Robert Pound）和格伦·雷布卡（Glen Rebka）在1959年的实验中首次直接观测到了引力红移，我们将在后文中进行介绍。引力红移效应很微弱（在地球表面只有$1/10^9$），但它又大到足以对全球定位系统（GPS）卫星的设计产生重要的影响。卫星在地球引力阱中的位置比地球表面的我们要高得多，因此它们的时钟比我们的走得快。精确定时对于GPS系统进行高精度定位的能力至关重要，因此GPS系统的设计仔细地考虑了相对论效应。

时间的流逝对于理解黑洞也是至关重要的。我们将在第3章中更详细地探讨，黑洞附近的时空如此扭曲，以至于当你到达视界时，通常意义上的时间就会完全停止。只要我们不冒险过于靠近视界，引力红移的具体属性也都适用于黑洞时空。在第3章中，我们将不断深入探索引力阱来完成我们对黑洞的解释，直到最终被黑洞中心的奇点摧毁。

在一个大质量物体附近时间会变慢的想法看起来似乎不太可靠。我们怎么知道这确实会发生呢？究竟为什么它会对其他的大质量物体产生引力呢？庞德－雷布卡实验为第一个问题提供了一个漂亮的答案，第二个问题的答案则将最终引出关于时空测地线的关键概念。

庞德和雷布卡测量引力红移时使用的是光脉冲。他们从对放射性同位素的研究中得知，铁－57（一种含26个质子和31个中子的铁同位素）可以吸收和发射一个极其高频的光子，约为3×10^{18}赫兹。相较而言，新泽西的101.5广播电台的频率则要低得多，只有1亿多赫兹。1赫兹代表每秒振动1次，100万赫兹就是每秒振动100万次。对于我们而言，可以把铁－57当作一个每秒嘀嗒为3×10^{18}次的小钟。这些“嘀嗒”可以在远处观测，因为铁－57发射的光子能从一个地方传播到另一个地方。庞德和雷布卡将铁－57发射的光子从一座塔的底部发射到顶部，塔的高度为22米多。他们使用一种精确测量到达塔顶的光子频

率的方法，这种测量方法有点儿类似于你调频接收新泽西101.5广播电台，而不是其他电台时。最终他们发现塔顶的频率比塔底的频率要小，这种频率的减少恰好符合引力红移预测的结果。

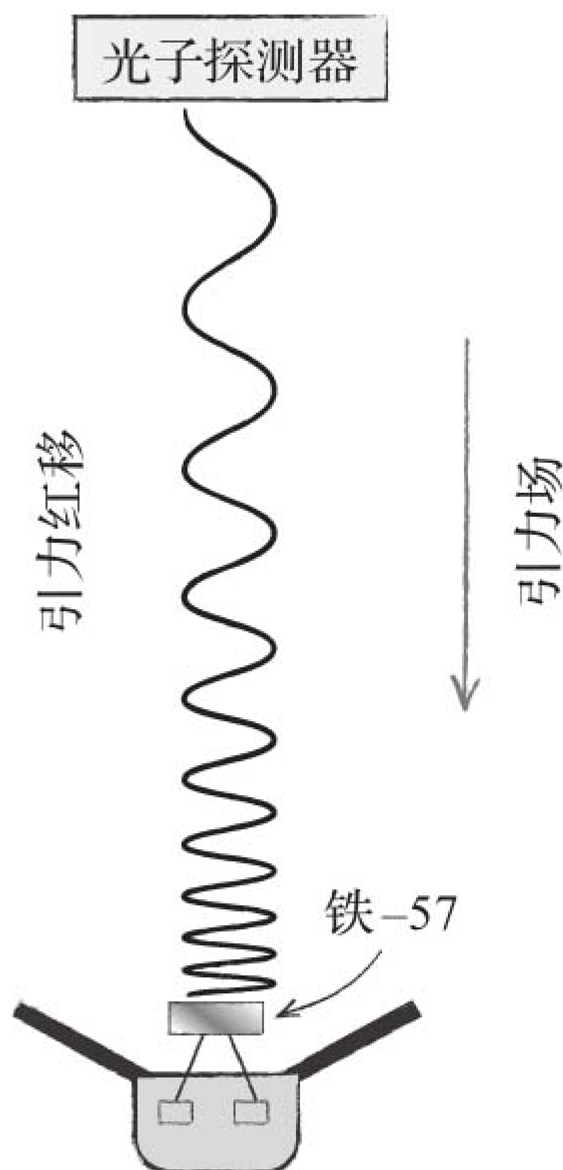


图2-2 庞德–雷布卡实验示意图。由铁–57产生的光子逆着引力向上发射，高处的光电探测器测量光子的引力红移。该实验测得的引力红移效应远没有我们在图上展示的这么夸张

从庞德－雷布卡实验中，我们已经可以瞥见引力红移与引力有关的蛛丝马迹。接下来，我们需要爱因斯坦的另一个观点［在此我们将跟随马克斯·普朗克（Max Planck）的思路］：光子的能量与其频率成正比。当频率降低时，能量也随之减少。这实际上是有道理的，随着光子向上运动，为了克服引力，光子损失了能量。但它不能通过减速来损失能量——与在狭义相对论中一样，广义相对论中的光依然以固定的速度传播。因此，光子的能量损失体现在它的引力红移频率上。

在第1章中学习了时间延缓之后，你可能会怀疑引力红移产生的原因是，物体在落入引力阱的过程中积累了可观的速度，当我们谈论引力红移时，其实就是指时间延缓。事实并非如此，引力红移与时间延缓是完全不同的概念。庞德和雷布卡的时钟都是相对于地球静止的。

引力红移无处不在。举例来说，只要你不是平躺在地上，你的头就会因为引力红移而比你的脚衰老得快。与时间延缓效应一样，引力红移对我们的日常生活的影响非常微弱：在你的一生中，你的头只会比你的脚年长几微秒。如果想获得明显的效果，你就必须站在比地球更强的引力源上。再举个例子，假设你可以站在距离黑洞的事件视界仅有几厘米的地方，而且这个黑洞的视界的周长正好和地球的周长相当，那你的脚就会比你的头老得慢得多。当然，身处这样的环境中无异于一次毁灭性的灾难。但在这里我们只从概念上进行讨论。

我们已经知道，越靠近大质量的物体，时间的流逝就越慢，现在我们如何用这一观点来解释像掉落的苹果、运转的行星这样更常见的引力现象呢？我们需要借用一句因被伏尔泰讽刺而出名的过分乐观主义者的座右铭：“在理想的最美好的世界中，一切都为最美好的目的而设。”伏尔泰同时期的科学家和数学家相信［其中最著名的就是拉格朗日（Joseph-Louis Lagrange）］，与掉落的苹果和运转的行星一样，大质量物体的运动在某种意义上是最优运动。换句话说，苹果从

树枝到地面的自由落体运动，在某种意义上，比其他任何相同初始状态与最终状态的运动都要好。拉格朗日的伟大成就便是用精确的数学语言阐述了这个思想。在他的描述中，在指定的初始状态和最终状态之间，任何可以想到的苹果的运动都被定义为“作用量”（action），而苹果实际选择的运动要么是最小化作用量，要么是最大化作用量。任何情况下，实际运动都是数学意义上的最优运动。

对于牛顿的追随者来说，拉格朗日把力学当作最优化问题的想法似乎是无稽之谈。一个无生命的物体怎么能在各种可能性中选择出最优路径呢？根据牛顿力学，物体将一直做直线运动，直到受到一个推力，物体将根据F=ma改变运动方向，哪里会存在什么最优路径呢？奇妙的是，通过仔细构建运动物体的“作用量”，拉格朗日能够精准地恢复牛顿定律。不可否认，他选择的作用量不太直观，但是，如果我们快进到广义相对论的部分，拉格朗日公式的全部意义就会变得清晰明了。物体的作用量就是跟随物体一起运动的观测者所花的时间。物体实际进行的运动是物体固有时的最优解。这就是最优固有时原则。在我们即将举的例子中，固有时是最大化的。

狭义相对论中的一个例子有助于我们做集中讨论，它就是“孪生子佯谬”（记住，狭义相对论意味着不涉及引力）。在孪生子佯谬中，我们假设两名观测者分别叫艾丽丝和鲍勃，他们在一开始时处于同一位置，并携带了完全相同的秒表。我们给艾丽丝一艘宇宙飞船，她的计划是从鲍勃所在的位置出发，以一个恒定的速度（假设速度是光速的一半）飞一整天，然后掉转飞船以同样的速度回到鲍勃身边。与此同时，鲍勃待在原地无所事事。如果我们还记得第1章讨论过的固有时，就可以预测这次实验的结果：艾丽丝用秒表测得的这趟旅行的时间是两天，而鲍勃用秒表测得的这一时间将超过两天，事实上，旅行时间约为2.3天。

孪生子佯谬源于以下的错误推理。既然所有运动都是相对的，艾丽丝可以说是鲍勃远离了她，然后他又回来了。那么在她看来，难道不应该是鲍勃测得的时间较短吗？

要弄清楚这种推理错在哪里，我们需要明确艾丽丝和鲍勃之间的一个明显差别。那就是艾丽丝在掉转飞船返回地球的过程中加速了，而鲍勃从未加速或减速。在艾丽丝的整个旅程中，我们可以让鲍勃自由地在一个空旷的地方飘浮，从拉格朗日的观点来看，鲍勃的运动是“最优的”，因为它绝对自然，不需要借助任何外力。因此，鲍勃经历了一个更长的固有时是说得通的。

孪生子佯谬还有一种有趣的变形，它将引力效应引入我们的例子（见图2－3）。假设艾丽丝和鲍勃生活在一个引力阱里，他们俩都在那里上学。他们有一项很难完成的家庭作业，必须在48个小时内完成，即星期一早上9点之前。鲍勃从关于孪生子佯谬的经验中得出结论，如果他尽可能少地移动，就将拥有最多的时间来完成这项作业。因此，他以非常缓慢和稳定的速度走路去上学，同时做作业并于星期一早上9点到达学校。而冒险家艾丽丝则认为应该开着她的飞船离开引力阱，因为如果没有引力红移，她就会有更多的时间做家庭作业。但她又担心她在旅途中的时间延缓问题。

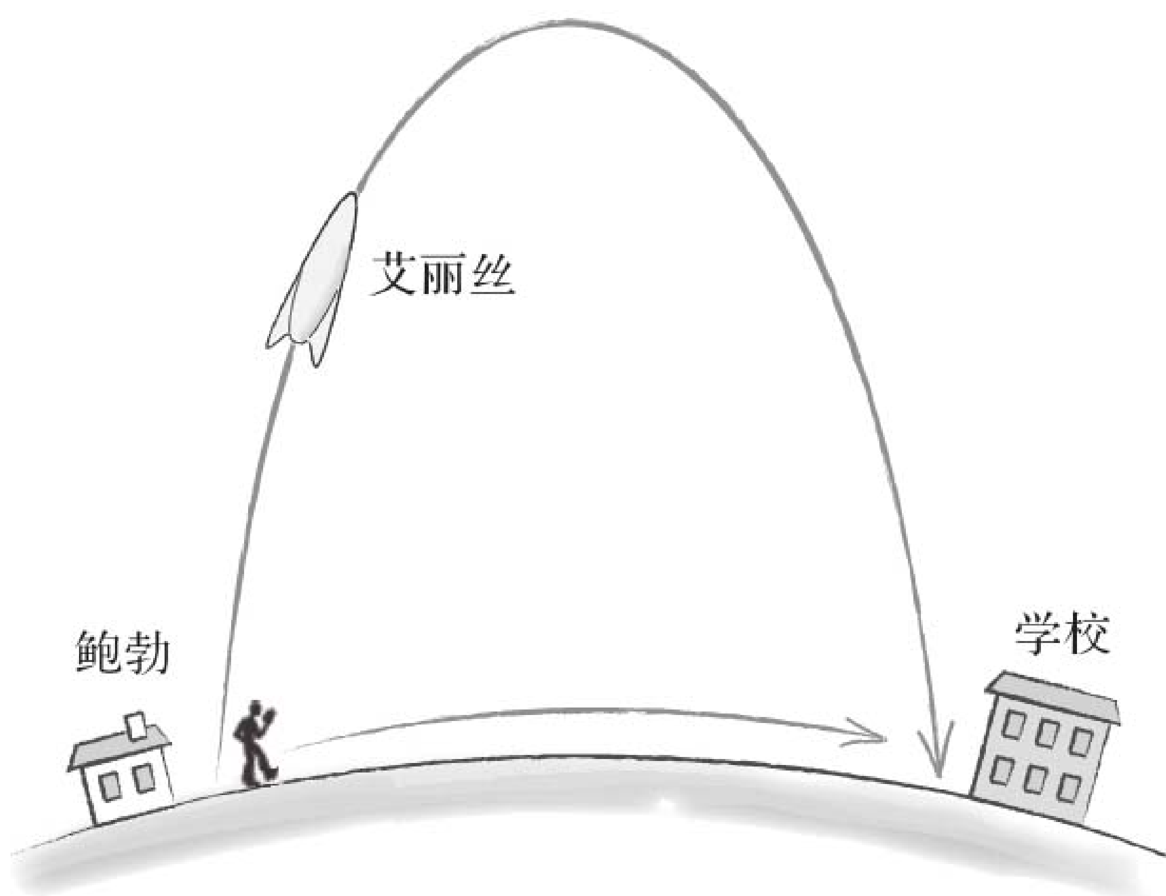


图2-3 鲍勃一边做家庭作业一边缓慢地走向学校，而艾丽丝会在驾驶飞船的途中完成她的作业。如果艾丽丝的飞船只在一开始时加速，而在接下来的旅途中只做抛物线运动，这样一来她就能拥有比鲍勃更多的时间，在星期一早晨9点之前完成她的家庭作业

最优固有时原则告诉我们，为了实现固有时的最大化，艾丽丝应该表现得像惰性物质一样。那么，惰性物质会做些什么？好吧，我们承认它喜欢静止不动。所以，鲍勃的计划是通过极其缓慢的走路上学，来最小化他的运动。但是，引力让事情变得不一样了。引力阱里的物质不喜欢静止不动，它喜欢往下掉。当引力存在时，鲍勃慢慢地走到学校是不自然的，除非他走在一堆在引力阱中比他所在的位置还要深的东西上。如果我们希望一大块惰性物质能够于星期六的早上9点从鲍勃和艾丽丝的家里出发，并且在48个小时后出现在他们的学校，那么我们最好把它抛出去，使它做抛物线运动，然后恰好于星期一早

上9点掉落在学校。明白了这一点后，艾丽丝高兴地坐上了她的飞船，随着推进器的轰鸣猛地飞离了家，然后在周末剩下的时间里疯狂地做作业。她的火箭现在就像一枚弹道导弹，这意味着除了初始的推力之外，它只受引力的作用，换句话说，它在做自由落体运动。

艾丽丝和鲍勃对于时间流逝的实验有助于说明爱因斯坦的等效原理，等效原理的最简单形式表明，加速度与引力是很难区分的。在没有引力情况下的孪生子佯谬中，艾丽丝必须加速、减速、掉头并回到鲍勃那里。但如果我们让加速过程变得缓慢、稳定而不是陡然发生，这就等同于让艾丽丝在引力场中度过了她的整个旅程。与此相反，在加入了引力的孪生子佯谬版本中，艾丽丝周末一直在做自由落体运动，而鲍勃则在引力场中度过了他的周末。因此，我们看到艾丽丝和鲍勃在孪生子佯谬的两个版本之间互换了角色。

一个更常见的等效原理的例子是，我们乘坐电梯，当电梯加速向上时，我们会感到身体变重了，而当电梯加速向下时，我们则会感到身体变轻了。如果电梯向上加速，穿过一个附近没有引力源的真空区域，我们在电梯里的体验就将与在相对于地球静止的电梯里相同。同样，如果电梯在地球引力场中做自由落体运动，我们也会体验到与在空旷的空间里自由飘浮时一样的失重感。

回到爱因斯坦方程，让我们大胆地给时间流逝率赋予一个合适的数学名称：时移函数。换句话说，时移函数能告诉我们时间在任意给定的空间位置的流逝速率。一个类似于麦克斯韦方程组的微分方程提供了一种规则，让我们可以计算任意缓慢移动的质量存在时的时移函数。知道了时移函数，我们就可以根据最优固有时原则，来确定一个大质量物体在引力场作用下的运动轨迹。

用来计算缓慢移动质量的时移函数的微分方程，实际上是爱因斯坦方程的一个特例。另外还有9个类似于时移函数的函数，能够完全确

定弯曲时空的形状，粗略地说，每一个都对应一个爱因斯坦场方程。总而言之，这10个函数组成了所谓的“时空度规”（spacetime metric）。时空度规是度量邻近两点之间的距离以及时间流逝率的标尺，一旦开始讨论度规，我们就真正地进入了微分几何领域，即对任意曲面和高维弯曲几何的研究，包括广义相对论的弯曲时空几何。

我们对普通引力的讨论可能会让你产生这样一种想法：空间完全平直，时间在不同的空间区域以不同的速率流逝。这并不完全正确。事实上，在时间流逝较慢的区域，空间会变得有些开放。要理解这句话是什么意思，请想象一下地球被包裹在一个完美的球体中，这个球体的面积已经被仔细测量过。接下来，测量球体的半径（诚然，这需要钻一个到达地球中心的洞，但假设我们有适当的超能力可以做到这一点）。在通常情况下，你会发现面积和半径满足公式$A=4\pi r^2$。但由于地球的存在，r会比由面积A和通过$A=4\pi r^2$计算得到的r更大一点儿，换句话说，包裹地球的球体内部的体积，会比相同表面积但内部中空的球体体积更大一点儿。如果我们只关注普通的弱引力场，大质量物体周围的空间膨胀就会像引力红移一样，是微弱的效应。事实证明，（恰当定义的）空间长度的膨胀量与时间的延缓量大致相同。现在看起来，我们之前对于落体的讨论似乎都是误导性的，因为我们曾假设引力红移是引力所能造成的唯一影响。我们只好说，这个相对于引力源缓慢移动的观测者，对时间延缓比对空间膨胀更敏感些，这样才能挽救我们的危局。我们必须假设我们现在处理的是普通引力，没有任何引力源致密到足以形成一个黑洞。但当我们把这一简化的假设抛在脑后时，就必须深入探究微分几何，才能理解到底发生了什么。

微分几何（至少是我们需要的那部分微分几何）以三个概念为中心：度规、测地线和曲率。所有这些都可以通过考量和地球表面一样的曲面来加以说明。度规很简单，因为它只与距离有关，或者说它至少乍看起来是简单的。从华盛顿到旧金山的直线距离大约是2440英里注，在这里直线距离指的是，如果你沿着地球表面走（或刚好在地球

表面上），从华盛顿到旧金山的最短距离是2440英里。不过，如果作为空间点，这两座城市的距离就更近了一些，大约为2400英里[注]。其间的细微差别来自这样一个事实：如果我们能直接穿过地球，所经距离将比在地球表面上更短。当我们在地球表面上行进时，路径必然是弯曲的。要计算走过的总距离，比较自然的方法是先把路径分成许多小段，并将每一小段都看作直线，然后把所有小段的长度加起来。“微分”一词指的是切分和测量这些小段的过程。微分几何中度规的作用之一，就是告诉我们这些小段的长度，当我们想知道路径的总长度时，我们需要做的就是把所有小段的长度相加，这本质上是一道微积分练习题。

华盛顿和旧金山之间的测地线是指对于在地球表面上的旅行者而言最短的路径。测地线并不是笔直的直线，但它和地球表面上最直的路一样直。我们所说的“直”，就是沿着地球表面的测地线从华盛顿去往旧金山，避免任何转弯。因为地球表面是弯曲的，这条最直的路线将经过比这两个城市的纬度都高的地带。一个更明显的例子是，从雅典到旧金山的长途旅行，飞机走的是极地航线，事实证明，这条最短的航线需要经过格陵兰岛，其纬度比这两个城市中的任何一个都要高得多。（当然，飞机是在地球的上空而不是在地球表面上飞行；但与地球半径相比，航线的高度是可以忽略不计的，所以在这里我们可以认为飞机是贴着地球表面飞行的。）

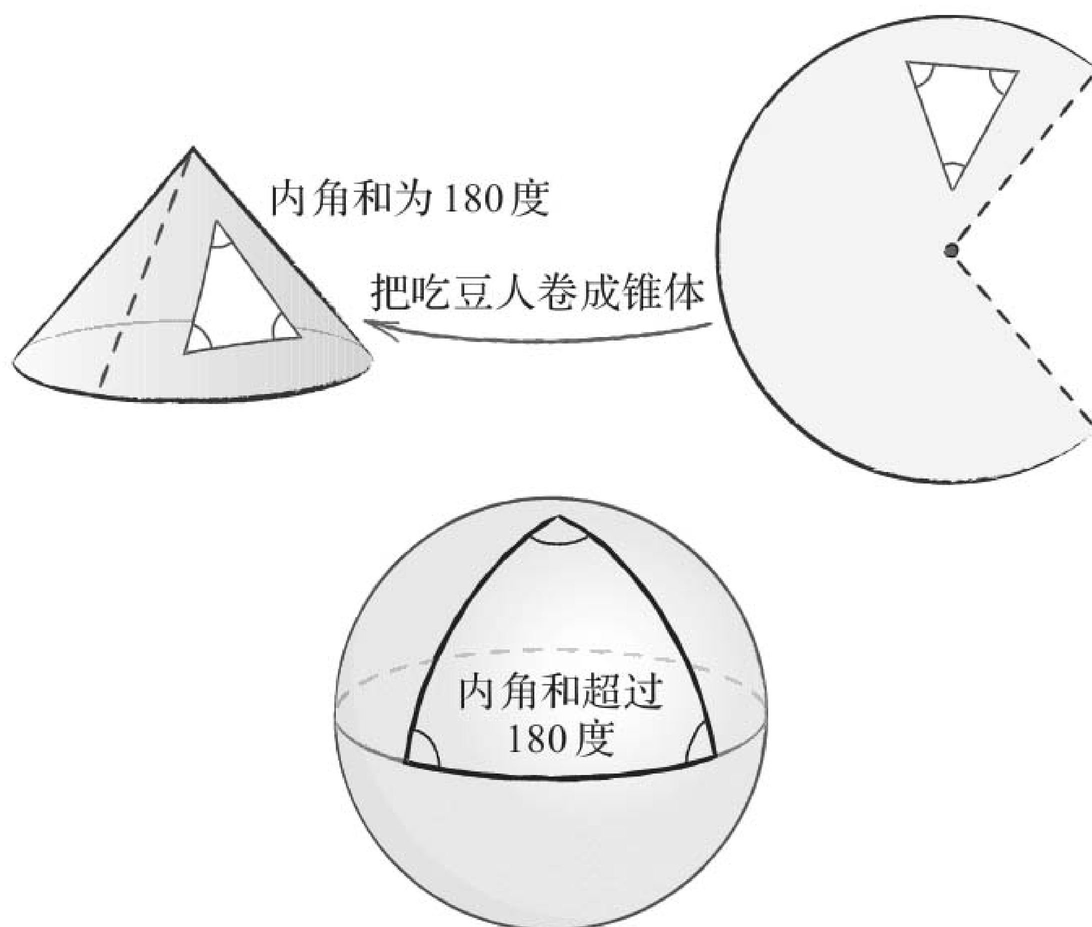


图2-4 圆锥体没有内禀曲率，因为只要把右图中吃豆人的形状卷起来，我们就能得到一个圆锥体。因此，当圆锥体上三角形的三条边都是测地线的线段时，其内角和为180度。在把吃豆人卷起来之前画上同样的三角形，它的三条边是一般意义上的线段。与此相反，球体有正的内禀曲率，所以球体上以测地线为边的三角形的内角和大于180度

在熟悉了地球表面的弯曲方式之后，曲率看上去似乎比较简单。但是，微分几何中最常用的曲率概念实际上是非常微妙的（也恰好是相对论所需要的），要欣赏它的微妙之处，我们可以想想圆锥体和球体的区别。这两者都是弯曲的，但它们的弯曲方式十分不同，一张平直的纸可以在不被拉伸的情况下被卷成一个圆锥体，但如果你试图用一张平直的纸覆盖球体，你就得把纸弄皱或撕开。因此，我们说球体是“内禀弯曲”的，而一个圆锥体是“内禀平直”的（除了圆锥的尖顶）。球体和圆锥体都有“外在曲率”，这通常指它们都是三维空间

中的曲面。而在相对论中，内禀曲率才是最重要的。为了重点讨论曲面的内禀曲率，我们只关注那些能通过测量曲面来回答的问题。秉持这种态度，我们说从华盛顿到旧金山的距离是2440英里，至于穿过地球的那条较短路径，我们连想都不会去想。

为了更好地说明内禀弯曲的几何含义，我们应该考察一下以测地线为边的三角形。在平面二维几何中，任何三角形的内角和都是180度。在像地球表面一样内禀曲率为正的情况下，三角形的内角和超过180度。而在另外一些曲面（形状类似沙漏的颈部）上，以测地线为边的三角形内角和小于180度，这种曲面的内禀曲率为负。

现在，我们已经介绍了微分几何的主要思想，接下来让我们看看它们是在广义相对论的四维时空中得到应用的。

广义相对论中使用的度规比地球表面上的度规要复杂一点儿，因为它们要完成两项不同的任务。一项是确定两个空间分离事件之间的空间距离，另一项则是确定两个时间分离事件之间的时间间隔。两个时间分离事件之间的时间间隔，正好是一个自由下落的观测者先后观察到这两个事件之间的时间间隔。空间分离的事件更难概念化，因为从定义上讲，它们在空间上分离得如此远，以至于低于光速运动的观测者，不可能在他的参照系的同一位置同时观测到它们。对于静态时空（一个不随时间变化的时空），我们可以用从一个事件处发射的信号到达另一个事件处所花的时间，来定义两个空间分离事件之间的距离。度规对于广义相对论而言无疑是至关重要的，因为爱因斯坦方程的解就是时空度规。我们在第3章和第4章中对黑洞的讨论，将取决于施瓦西解和克尔解的特定时空度规。

正如前文中提到的，广义相对论中的一个度规包含10个函数，其中一个在本质上是时移函数，可以告诉我们时间流逝的速度。还有一个方程告诉我们空间在大质量物体存在的情况下是如何变得开放的。其余8个函数则描述了时空的各种扭曲，有点儿类似游乐园的镜子，向

你展示了朝一个方向或另一个方向拉伸的图像。我们可以把这10个函数都塞进所谓的“度规张量”（metric tensor）中，通常写作$g_{\mu\nu}$。注意，不要把它与爱因斯坦张量$G_{\mu\nu}$搞混了！

相对论中的测地线也比在曲面上的复杂一点儿，部分原因是它们分为三种。第一种是类空测地线，它是两个空间分离的点之间的最短路径，类似于地球表面上从华盛顿到旧金山的直线路径。但是，观测者不能沿着类空测地线前进，因为这意味着其速度将超过光速。这似乎是无稽之谈，凭什么不能走两点之间的最短路径呢？问题在于，时空中的测地线不仅指定了你应该去的地方，还规定了你到达那里的时间。类空测地线的一个很好的例子是在一个指定的时刻闵可夫斯基时空中两点之间的一条线段，“沿着”这条测地线意味着你能够在出发的同时到达，这显然是不可能的。

第二种是类时测地线，仅受引力作用的有质量物体会自然而然地沿着类时测地线运动。艾丽丝在引力场中的弹道运动就是类时测地线的一个例子，鲍勃在远离任何引力场的空间中自由飘浮是另一个例子。当我们讨论几个不同版本的孪生子佯谬时，沿着类时测地线运动能使固有时最大化。事实上，任意弯曲时空中的有质量物体都应该遵循类时测地线，这一要求使最优固有时原则得到了充分诠释。

广义相对论中还有一种测地线，即零测地线，它是光线在弯曲时空中传播的自然轨迹。在广义相对论中，有时我们倾向于称它为“时空测地线”，以强调它们同时包含了时间和空间的信息。但大多数专业人士只称其为“测地线”，我们从现在开始也采用这种简写术语。

当从二维表面进入四维时空时，曲率变得更难以量化，但概念上仍然是相似的：当我们想知道两条测地线所成角度时，答案可能不同于平直空间中的情况，而需要通过所谓的“黎曼曲率张量”得到。爱

因斯坦张量$G_{\mu\nu}$是精简版的黎曼曲率张量，它只挑出受大质量物体（或者能量、动量、压力、剪应力）影响的那些时空曲率。

至少根据目前的理解，时空不会弯曲到4个维度以外的地方去。关于广义相对论中曲率的好问题是那些可以根据四维时空中的测地线来回答的问题。我们不需要通过一些更大的环境几何来考虑“捷径”，比如穿过地球从华盛顿到旧金山的捷径。不可否认，当我们绘制引力效应下的弯曲时空图表时，我们会把它表示成一张二维薄膜，因大质量物体的存在而向下凹陷。这种描述方法使用了一个额外的维度来表示薄膜的弯曲。这是一种很好的描述，它展示了在一个大质量物体附近开放空间的方式。但就我们所知，现实世界只有四维，四维时空本身就是弯曲的，并不需要第五个维度。(注)

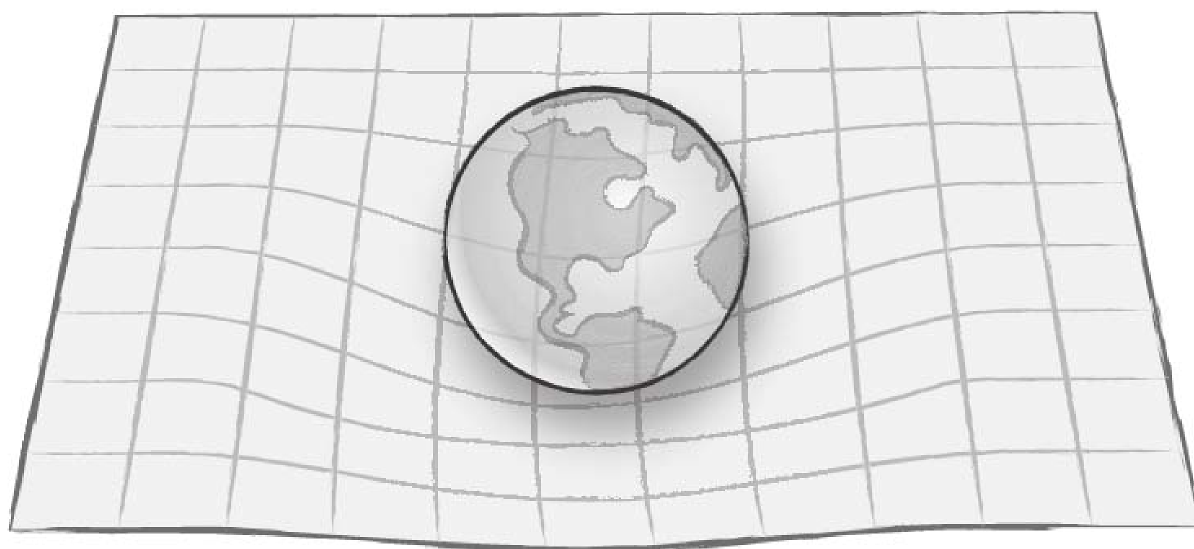


图2-5 地球造成的空间弯曲，通常被描绘成空间向下凹陷。空间在一个大质量物体的附近弯曲，但曲率是内禀的，与空间本身的扭曲有关，而不是把空间弯曲到了某个额外的维度

爱因斯坦场方程$G_{\mu\nu}=8\pi G_N T_{\mu\nu}/c^4$总计有10个微分方程，对应度规张量的10个函数。爱因斯坦方程告诉我们，质量、能量、动量、压力、剪应力（所有这些都包含在$T_{\mu\nu}$中）都引起了时空弯曲。在所有的大质量物体都缓慢移动，同时压力和剪应力都忽略不计的情况

下，爱因斯坦场方程中最重要的就只是与时间相关的那个方程：$G_{00}=8\pi G_N T_{00}/c^4$。之所以写$G_{00}$而不是$G_{\mu\nu}$，是因为我们现在关注的是μ=0和ν=0的爱因斯坦方程，一般我们认为，μ=0代表着时间的方向，而μ=1、2或3则指的是通常的三个空间方向。当我们处理普通引力时，方程$G_{00}=8\pi GNT_{00}/c^4$就归结为前文中提到的计算时移函数的规则。换句话说，你只需要用G_{00}的爱因斯坦方程，就可以完整地描述普通引力了。其余9个方程则会在更极端的情况下起作用，比如坍缩的恒星内部或黑洞附近。

简单地说，广义相对论的两大支柱是爱因斯坦场方程和最优固有时原则。用一句大家耳熟能详的话来说就是，物质通过爱因斯坦方程告诉时空该如何弯曲，弯曲时空反过来又通过最优固有时原则告诉物质该如何运动。类似地，电荷通过麦克斯韦方程组告诉电磁场该如何表现，电磁场反过来又给电荷施加作用力。

还有一种类似于电磁学的现象，即辐射。就像麦克斯韦方程组一样，爱因斯坦场方程也有一种解，它们描述了一系列以自持级联的方式穿过时空的场扰动。在电磁学中，这些场扰动是电场和磁场。在广义相对论中，它们是时空的扭曲，我们可以很容易地将它们描述为在一个空间方向上的拉伸与在另一个空间方向上的压缩。运动的质量能产生引力波，就像移动的电荷可以产生光一样。引力波一旦产生，就会以光速穿越时空。实际上，它们是时空的涟漪，类似于水面的波纹。

与光一样，引力波也携带着能量，它们已经在脉冲双星系统中被间接地探测到。这帮助拉塞尔·赫尔斯（Russell Hulse）和约瑟夫·泰勒（Joseph Taylor）获得了1993年的诺贝尔物理学奖。实际上，他们观测到的是双星系统的轨道周期正在缓慢缩短，这意味着两颗星正在相互绕转中慢慢地靠近彼此。引力辐射释放出的能量驱动了这种缓慢的旋近运动，观测到的旋近速率与广义相对论的预言相符。LIGO在

2015年9月直接探测到引力波信号，揭示了双黑洞类似的旋近行为，这次观测定将成为21世纪物理学的伟大分水岭之一。

我们将在第6章深入探究引力辐射的细节。现在，让我们注意一下电磁学和广义相对论之间的一个重要区别：光波之间不会相互作用，但引力波会。比如，当两束光波相遇时，它们会直接穿过对方，并按原来的方向继续传播。相较之下，当两个引力波碰撞时，它们会相互散射，并朝着新的方向传播。对我们现有的能量探测技术而言，这种散射的趋势极其微弱，以至于今天活在世上的人或许都等不到它被成功测量的那一天。但它是广义相对论不可否认的一部分，事实上，这就是造成广义相对论与量子力学难以融合的主要原因之一。问题在于，引力波的自散射作用在极高能量下将变得很强，我们不知道在如此强的自散射情况下如何应用量子理论。弦理论以优美的方式解决了这个问题，但讨论它会导致我们偏离主要目标。总之，我们已经学习了广义相对论，现在开始探索黑洞吧！

---

1. 以太听起来似乎不太切合实际，但在历史上人们曾严肃地讨论过这个概念。事实上，LIGO探测器的设计与迈克尔逊干涉仪的结构有很大的关联。在19世纪末期，迈克尔逊干涉仪被用来精确测量光在不同方向上的速度，从而辨识地球相对于以太的运动。
2. 你可能会担心初始加速度会对固有时产生很大的影响。事实上，最优固有时原则告诉我们，关键是去比较具有相同的初始位置和最终位置，但初始速度不同的运动轨迹。为了准确地描述孪生子佯谬和它纳入引力后的版本，我们应该允许艾丽丝在计时开始时有一些初始速度。同样，当她回到鲍勃那里时，她也可以有一些最终速度。在她一回到鲍勃那里时我们就停止计时，这样一来，我们就不必担心她如何刹车的问题了。
3. 2440英里≈3926.8千米。—编者注
4. 2400英里≈3862.4千米。—编者注
5. 很多现代理论的发展都依赖于第五维度，或者更多维度的存在。但是，四维时空的内禀曲率对于我们研究常见的引力作用已经足够了。

第3章 施瓦西黑洞

在学习了狭义相对论和广义相对论之后，现在我们准备好正面迎接黑洞的挑战了。我们先从施瓦西黑洞入手。简单地说，施瓦西黑洞描述了时空对质量点的响应。通过使用“响应”这个词，我们暗含了物质告诉时空如何弯曲的思想，这一思想贯穿于爱因斯坦场方程$G_{\mu\nu}=8\pi G_N T_{\mu\nu}/c^4$中。度规张量的10个函数用数学语言描述了弯曲时空。爱因斯坦场方程表明，随意给定的10个函数不足以得到解；函数必须在整个空间和时间中以正确的方式变化，才能够得到场方程的解。德国天文学家和物理学家卡尔·施瓦西于1916年公布了著名的施瓦西解，实际上早在他1915年12月给爱因斯坦写的一封信中，他就已经找到了这个解，在爱因斯坦完成了场方程的构建后不久。

施瓦西解非常难以理解。就连爱因斯坦似乎也没有领会它的一些要点，特别是视界的平滑度。既然如此，这颗引力的黑珍珠又是如何轻易落入施瓦西手中的呢？

在施瓦西得到施瓦西解之后又大约过了50年，其物理意义才清晰地显现出来。我们已经解释了其物理意义的某些方面，比如没有任何信号可以从视界中逃逸，以及在视界中时间径向地指向内部。对于天体物理学来说，理解大质量物体在施瓦西黑洞的引力作用下的运行轨道是非常重要的，我们将在这一章用较多的篇幅来描述这些轨道，以及在遥远的观测者看来这些轨道会是什么样子。我们也将尽可能地（在没有任何实验验证的情况下！）解释，对于一个落入施瓦西黑洞的物体，我们认为一定会发生什么。最后，我们将讨论施瓦西黑洞的令人惊讶的两个特征——白洞和虫洞，它们可能与恒星发生引力坍缩

形成的黑洞无关，但却是关于施瓦西解的现代理解中不可或缺的一部分。在此之前，我们先尝试直接回答这个问题：施瓦西度规是什么？

远离视界的施瓦西度规，与我们在第1章中介绍的闵可夫斯基度规非常相似。换句话说，遥远的时空几乎是平直的，那里的观测者用狭义相对论就可以充分描述他们的运动，以及相对运动效应，比如时间延缓和长度收缩。正如第2章解释的那样，因为时间延缓效应的存在，越靠近视界，时间的流逝速度就越慢。又如前言所述，时间在视界处会完全改变性质，鉴于这种情况十分复杂，让我们暂时把注意力放在视界外的时空区域上。在那里，时间延缓可以用一个时移函数来描述，时移函数是施瓦西度规的一个组成部分。施瓦西度规的其余部分描述了引力在黑洞周围创造的三维弯曲空间。我们可以把空间的三个维度看作一个径向方向再加上两个角度方向，沿径向方向移动意味着径直远离黑洞或者靠近黑洞，沿角度方向移动则意味着以恒定的半径绕黑洞旋转。

施瓦西解中的半径可能会让人感到困惑，因为我们根本不能从黑洞的中心测量它的半径，黑洞的中心是隐藏在事件视界后的一个奇点，它会摧毁任何触及它的物体。计算半径的正确方式是测量以奇点为圆心的圆周长。这个圆可以完全位于视界之外，或者恰好在视界上，甚至可以在它的内部。如果在视界之外，我们可以做一个思想实验，来测量圆周长。这个实验需要很多观测者，他们分别是艾丽丝、鲍勃、比尔、布鲁斯、巴尼等人，最后一个是伯特。他们每个人都驾驶着飞船，在圆周上的各个点上悬停。我们给他们每人一束激光，并额外给艾丽丝一个秒表。我们让艾丽丝给她的“邻居”（比如鲍勃）发射一束激光脉冲，同时启动她的秒表计时。鲍勃一收到艾丽丝的激光脉冲后就马上转身，向比尔发出一束一样的激光脉冲，比尔随即向布鲁斯发出一束激光脉冲，以此类推。最后，伯特向艾丽丝发出一个信号，她收到时便立即停止计时。将艾丽丝的秒表记录下的时长乘以

光速，我们就可以合理地得到圆周长。用圆周长度除以2π，即可得到半径。

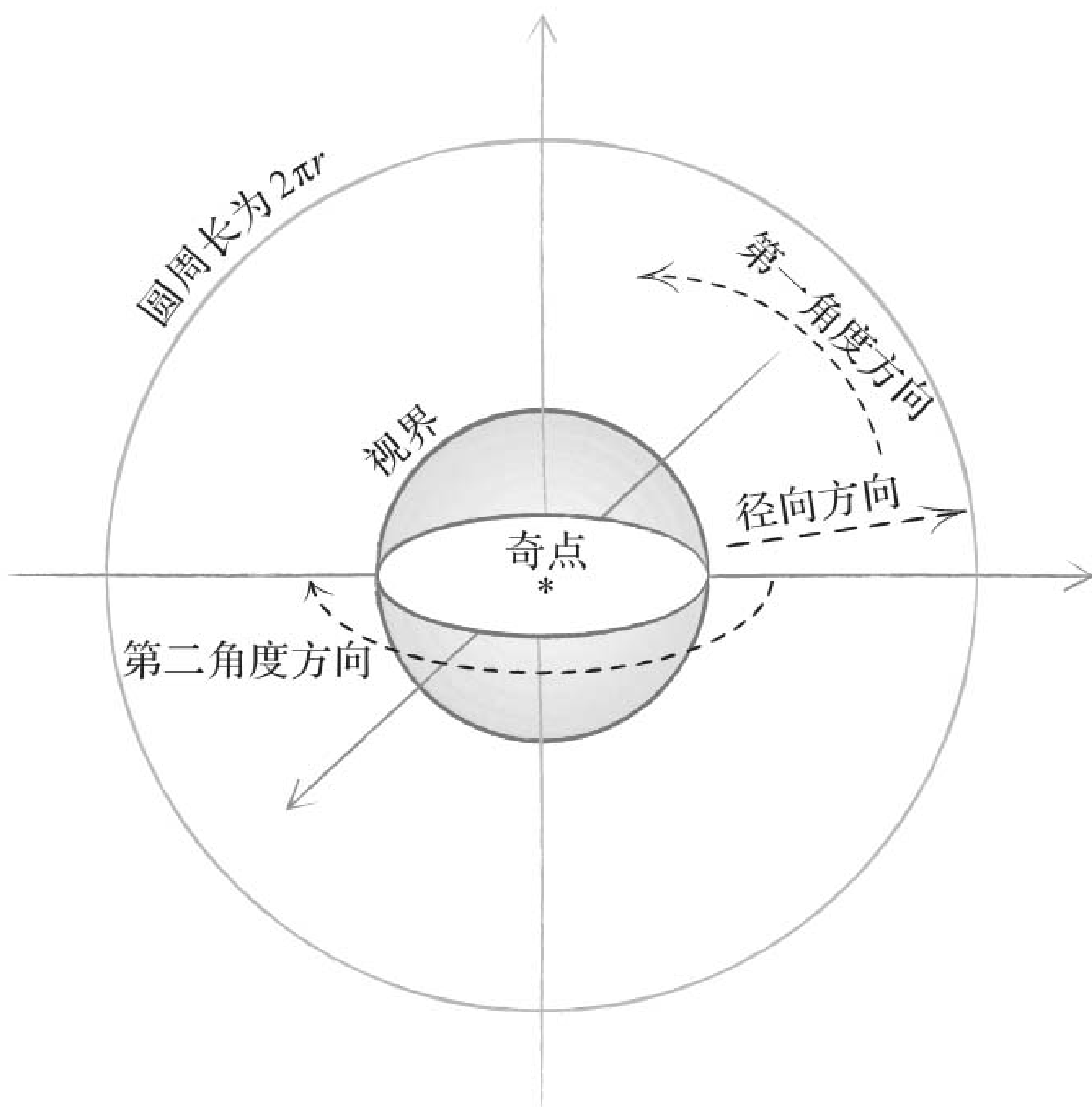


图3-1 施瓦西解中的径向方向和角度方向。在视界外，这三个方向就是空间的三个维度。在给定的半径下，以黑洞为中心的圆周长为2πr

在精确地将半径定义为圆周长除以2π之后，我们可以回顾一下第2章描述过的一个现象：空间在时间变慢的地方变得开放了。假设我们有一个正好为一倍太阳质量的黑洞，视界半径为3千米。现在，我们来

考虑以奇点为中心的两个圆：一个半径为10千米，另一个半径比10千米多1米。依照前文的讨论，我们所说的“半径10千米”指的是周长为2π乘以10千米的圆的半径；第二个稍大一点儿的圆也是如此。在平直的空间里，这两个圆之间的距离刚好是1米。这意味着你只需要沿径向方向向外走1米，就能从第一个圆走到第二个圆。而在施瓦西解中，从半径为10千米的圆出发，你需要走的距离会略多于1米，大约是1.2米。接下来，出现了一个很有趣的事实：因施瓦西解中引力红移而减缓的时间，其因子与描述半径被拉伸的因子完全相同。换句话说，描述时间流逝快慢的时移函数与另一个度规函数成完全相关关系，这个度规函数描述的是，相对于你在平直空间中打算前进的距离而言，你需要额外向外走的距离。

在前面的几个段落中，我们几乎已经解释了原始施瓦西解的所有方面，只剩下一个方面需要描述，那就是时移函数的精确形式。在远离视界处，时移函数是1，表示时间以我们习惯的平直时空的标准速率在流逝。视界处的时移函数是0，这意味着一般意义上的时间在那里停止了。事实上，这是了解视界究竟是什么的一种途径。从视界到无穷远处，时移函数在0和1之间平滑地变化。它是怎么做到的？答案是：时移函数的形式是1减去一个常数除以半径的平方根。这有点儿拗口，让我们把它写下来：$N = \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}}$。其中，N是时移函数，r是半径，而$r_S$是视界的半径，叫作施瓦西半径。出于一些原因，这里施瓦西半径就等于黑洞的质量。所有这些具体的信息都是施瓦西通过求解爱因斯坦方程得到的。

施瓦西解的一个令人不舒服的特点是时移函数在视界处变为0，相应地，径向长度也被无限拉伸。这在过去一直被视为施瓦西度规的一个弊端，事实上，它是由我们用来描述时间和半径的坐标造成的。这些坐标最适合描述悬停在视界外的固定位置的观测者。我们讨论的时移函数还描述了引力红移，这也是对于悬停在固定位置上的观察者而言的。视界处的时移函数为0，这实际上也是在告诉我们没人能在黑洞

的视界处悬停。如果非要从一个不可能的视角来看，那就难怪度规是奇异的！但如果从一个做自由落体运动并掉入黑洞的观测者的角度来描述施瓦西度规，视界处就不会有任何的奇异性或不寻常的地方。我们可以通过一种类似于洛伦兹变换的坐标变换，找出悬停的观测者和自由落体的观测者之间的差别，但这种方法更加复杂。坐标变换会将半径和时间糅合在一起，之后施瓦西解在视界处将变得非常平滑，只不过黑洞中心的奇点仍然存在。

施瓦西解就在我们身边——确实如此！地球的引力场十分近似于施瓦西弯曲时空度规。事实上，任何完美的球形质量分布之外的时空度规都可以由施瓦西度规精确地给出。由于地球是自转且不完美的球状天体，我们还会感受到其他天体（尤其是月球）的引力，所以在地球上（更准确地说，在地球表面之上），会与施瓦西度规出现一些偏差。

如果我们被施瓦西度规包围，这是否意味着黑洞视界就潜藏在我们脚下，靠近地球中心的某个地方？很幸运，答案是：不！施瓦西解只描述了地球表面以外的时空几何。而在内部，我们需要用爱因斯坦场方程的另一个解，它是不包含奇点的（事实上，在地球中心，时空几何几乎是平直的）。在施瓦西计算出施瓦西解的年代，人们所知道的所有行星和恒星都比它们对应的施瓦西半径大得多，所以很容易假设真实物质的性质不会让恒星致密到半径接近施瓦西半径的程度。尽管许多人多年来一直在试图论证这种假设是错误的，但直到20世纪60年代这种努力都没有成功。但自从黑洞的概念进入理论物理学的主流之后，这一假设终于被推翻了。

施瓦西解的一个自相矛盾的特征是，虽然它被视为时空对一个质量点的响应，但实际的质量点并不是施瓦西度规求解的方程的一部分。准确地说，施瓦西度规解决的是真空中的爱因斯坦场方程 $G_{\mu\nu}=0$，也就是说没有任何物质存在，至少在视界外如此。在视界内

一直到半径为零处，施瓦西公式都可用，而且确实解决了真空中的爱因斯坦场方程。而在半径为零处，施瓦西度规变成了令人厌恶的无穷大。从任何观测者的角度，这看起来都令人不愉快，所以这是一个比前文中描述的视界处的奇异性更严重的问题。我们或许可以把这个中心奇点看作集中了黑洞所有质量的位置。但请记住，“位置”并不是恰当的词汇，“时间”更佳，因为在视界之内，半径即时间，我们将在下文中做更多的解释。更有可能的是，广义相对论甚至几何本身都不能很好地描述中心奇点附近的引力，所以我们还需要一些其他理论，比如像弦理论那样的量子引力理论。

让我们回顾一下迄今为止我们对黑洞的描述。施瓦西对爱因斯坦场方程的求解回答了质量点如何弯曲时空的问题，其结果是时空形成了黑洞。在远离黑洞处，时空只是轻微地发生弯曲，我们可以通过时移函数来理解发生了什么，离黑洞越远，时间流逝的速度也会略微变快，这时牛顿的引力理论就可以被派上用场了。但这种方法在施瓦西半径处完全失效，在那里停留的观测者测量的时间相对于远处的观测者的时间是静止的。一开始人们认为这是施瓦西解的缺陷，甚至是爱因斯坦理论的缺陷，但最终我们意识到它想告诉我们的是，让观测者待在视界处是没有意义的。继续往里走，观测者最终会遇到曲率奇点，直到今天我们尚未完全理解它。接下来，我们将通过追问在黑洞周围运动或掉入黑洞的观测者和物体发生了什么，进一步探究施瓦西黑洞。我们甚至会考虑邻近奇点的破坏性区域。

让我们从早于施瓦西解的历史说起吧。爱因斯坦知道，天文学领域的一个突出难题就是水星近日点的进动问题。所谓近日点，是轨道上最接近太阳的点。开普勒定律和牛顿引力允许水星轨道呈轻微的椭圆形。但是，水星椭圆轨道的长轴会与近日点一起，沿着水星的公转方向绕着太阳慢慢地进动。在此之前，这种进动已经被广泛研究过，在爱因斯坦生活的年代，人们认为这种进动应主要归因于其他行星的影响。但棘手的是，即使在考虑到牛顿引力的所有影响之后，仍然存

在一个非常小的差异无法解释。为了强调这种差异是多么微小（以及19世纪的天文观测已经有多么精确），我们用以下数字来说明：水星轨道每个世纪进动574角秒，牛顿力学贡献了约每个世纪531角秒。余下的每43角秒就是差异所在，这意味着水星每运行一圈，其椭圆轨道的长轴就会变化约1/35000度。在施瓦西发现爱因斯坦场方程的精确解之前，爱因斯坦已经找到了一个足够好的施瓦西解的近似解，来精确地解释太阳引力场中的行星运动。当他将这个近似解应用于水星轨道时，得到了与异常岁差一致的结果。在通往1915年场方程最终形式的路上，爱因斯坦有许多正确的见解，也有一些失败的尝试，但这个结果无疑是一个灵光乍现的时刻，使他确信自己发现了正确的相对论引力理论。

使用精确的施瓦西度规我们可以发现，黑洞周围的许多大质量天体的运行轨道，都与牛顿引力理论所推导的椭圆轨道不同，其差别远比水星轨道的细微进动要大。然而，爱因斯坦早期的计算为描述这些轨道特征做好了铺垫。让我们放弃太阳系，走向银河系的中心，那里潜伏着一个巨大的黑洞。这个怪物相当于400万倍太阳质量，它不是一个真正的施瓦西黑洞，而是一个旋转的克尔黑洞——一种更复杂的天体，我们将在第4章中介绍它。但对于目前的讨论，让我们做一些大胆的想象，假设银河系中心的怪物实际上就是一个施瓦西黑洞；同时，我们也会忽略它附近可能存在的其他质量。这个黑洞的施瓦西半径大约是1200万千米。我们勇敢无畏的观测者艾丽丝和鲍勃，决定将他们的宇宙飞船停在距离黑洞1.5亿千米的圆形轨道上，也就是地球绕太阳公转的轨道上。因为黑洞的引力比太阳的引力强得多（前者大约是后者的400万倍），所以艾丽丝和鲍勃沿圆形轨道运转的速度要比地球绕太阳的运转速度快得多，运转一圈实际需要花费大约4个小时。在这个位置上，时间延缓效应使他们的时钟比遥远的观测者慢4%。

接下来，艾丽丝登上了一艘小型航天飞机。在脱离主宇宙飞船后，她的计划是短暂地启动发动机减慢角度方向的运动，然后关掉发

动机，享受狂野的旅程。与此同时，鲍勃承诺将继续留在主宇宙飞船中，并观察接下来发生的事情。为了帮助鲍勃追踪她的进程，艾丽丝在她的航天飞机上装了一个闪光灯，它每秒闪烁一次黄光。

这个思想实验的重点在于，一旦艾丽丝关闭了发动机，她的运动轨迹就将成为施瓦西黑洞几何中的测地线。因为她的初始速度小于维持圆形轨道所需的速度，所以她的轨道肯定会在某种程度上向着黑洞倾斜。如果此时艾丽丝猛地启动发动机，使她的航天飞机能够完全停住，那么她随后的运动就是径直冲向黑洞，最后被事件视界吞噬。显然，艾丽丝是一个冒失鬼，但她也不喜欢这种结局。所以，她保留了一些初始角速度，期望可以在黑洞周围绕一圈，再滑回原来的半径位置，一旦回到了那里，她就能够返回主船上，或者可以再次降低她的角速度，然后重新出发。

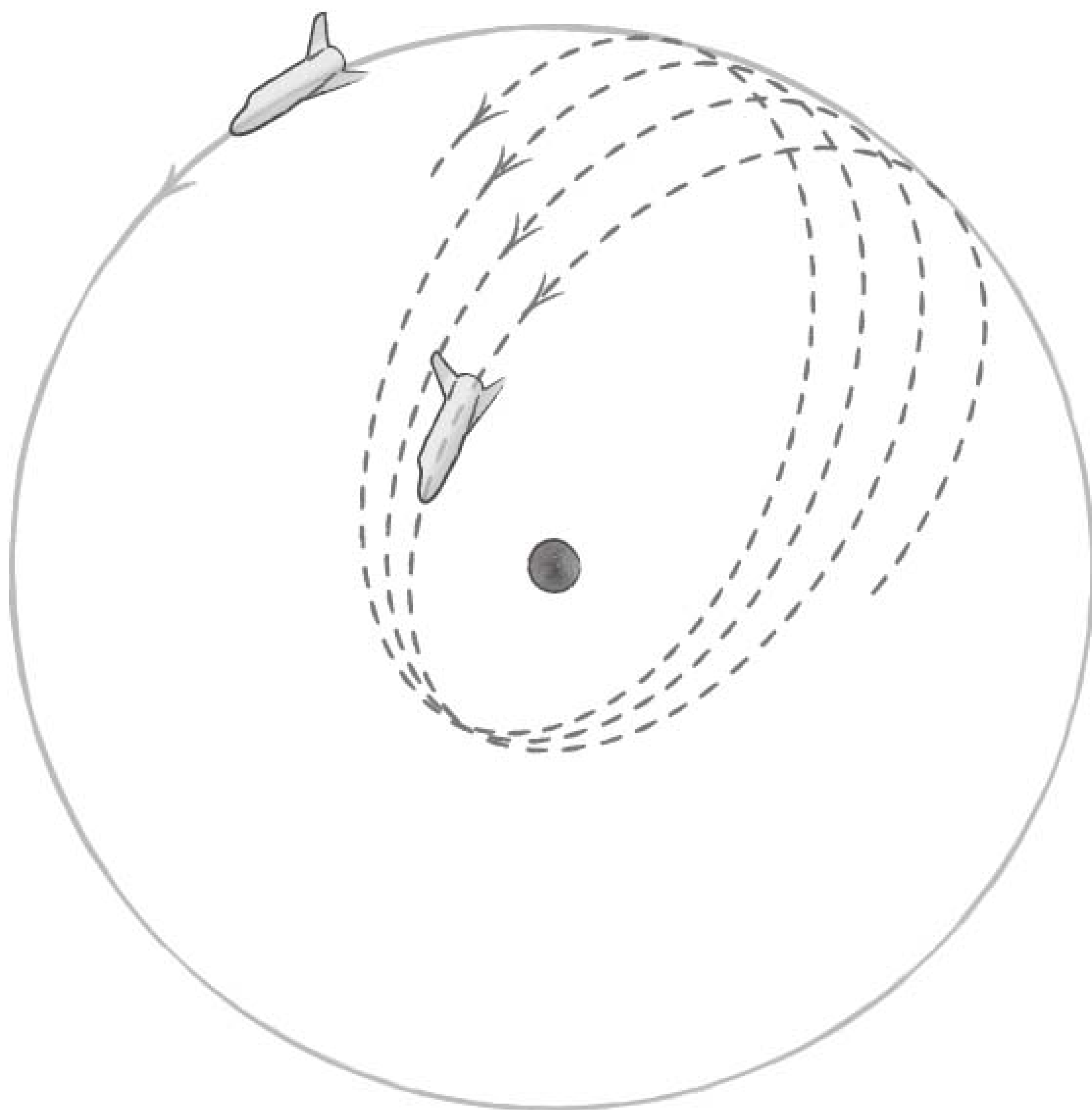


图3-2 一个圆形轨道（实线）和一部分相对论的进动椭圆轨道（虚线）。一个非相对论性的牛顿力学轨道（未画出）将呈现为单一的椭圆，因此，可以认为相对论性的进动使得这个静止的椭圆随着时间旋转，如图中所示

关于艾丽丝轨道的第一个要点是：轨道会疯狂地进动，越向着黑洞倾斜，进动就越多。即使是一个适中的椭圆轨道，它的进动也会比水星绕太阳轨道的进动大得多。因为从绝对意义上说，艾丽丝和鲍勃开展冒险活动的这个地方的引力，比太阳系中的任何地方的引力都要大得多。艾丽丝和鲍勃观测到的进动同样可以用爱因斯坦解释水星轨道进动的计算方法来解释，只不过他们得到的结果会更明显一些。

在尝试过不同的轨道后，艾丽丝最终发现，她可以按自己所想来控制轨道的进动。至于她是如何做到的，请往下看。艾丽丝从主宇宙飞船出发，仔细地调整她的初始速度，使得在发动机关闭后，她的轨道可以向黑洞倾斜至最小半径处，即稍大于两倍的施瓦西半径的位置。如果她的初始速度调整得恰到好处，她会向着黑洞下降，然后绕着黑洞旋转很多圈，最后回到她出发的位置。用专业术语来说，这种运动叫作“变焦－旋转轨道”。艾丽丝把变焦－旋转轨道看作终极过山车。她一路做自由落体运动，而在旋转阶段，她的速度非常快，大约能达到光速的2/3。麻烦的是，艾丽丝正在玩的这场游戏十分危险。如果她的初始速度太小，轨道就会倾斜至两倍施瓦西半径以内，她也将掉入黑洞，除非她在到达视界之前借助航天飞机发动机的紧急加速装置向外逃跑，否则一切都玩完了。

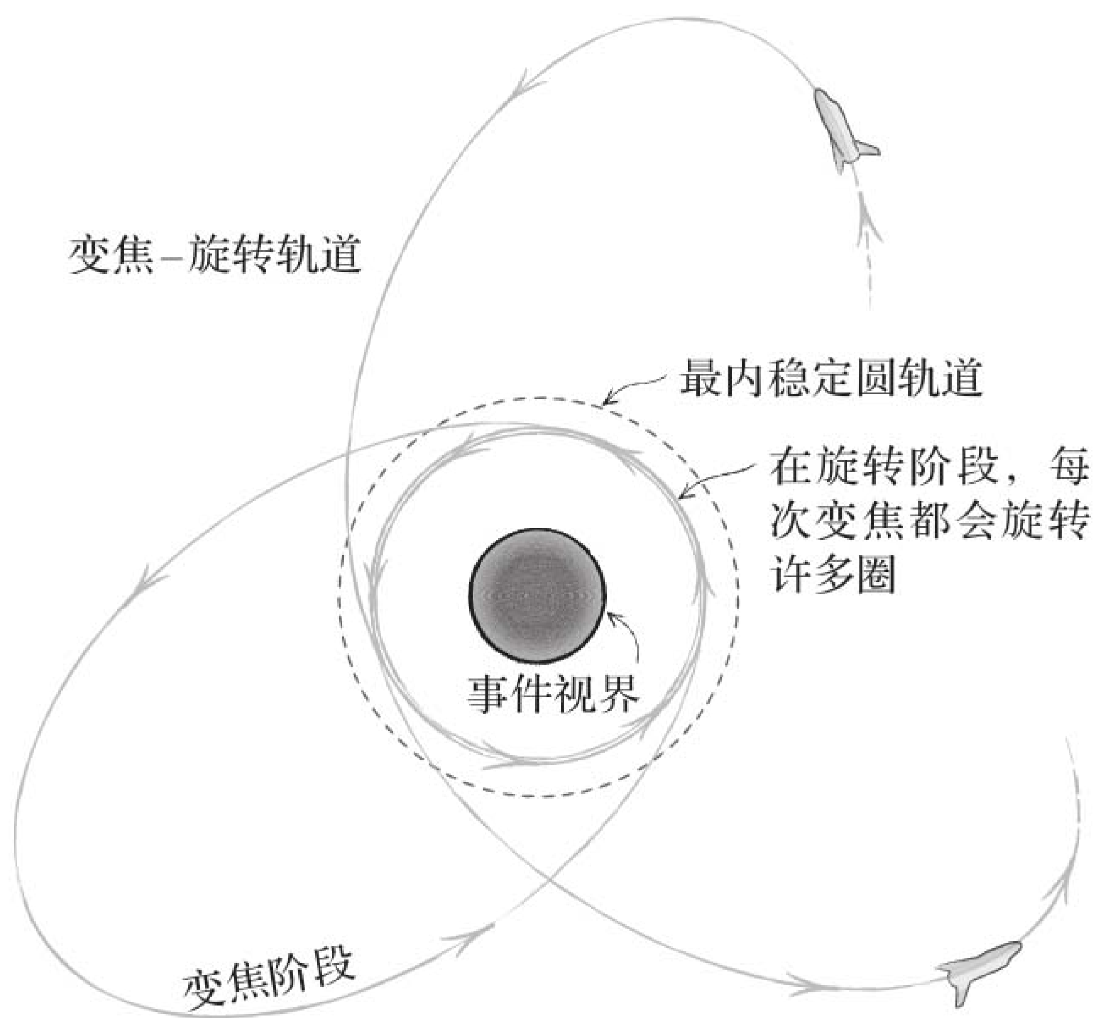


图3-3 一个变焦-旋转轨道

在较高的初始位置处体验了几次变焦-旋转轨道后，艾丽丝试图劝鲍勃下降至一个更近的轨道，让他也能迸发出冒险的激情。然而，鲍勃是一个保守的家伙，在不启动火箭发动机的情况下，他唯一愿意尝试的轨道就是圆形轨道。艾丽丝发现了一件相当古怪的事情：鲍勃的轨道越靠近黑洞，她在变焦-旋转轨道上就需要待在离视界越远的地方，否则就需要紧急加速逃命。最终，当鲍勃到达三倍的施瓦西半径的位置时，艾丽丝飞入和滑出的游戏就玩不了了。即使她的初始速度只是略微低于鲍勃的速度，她也会被卷入引力阱中，不得不启动紧

急加速装置以避免被黑洞吞噬。鲍勃现在所处的轨道就是所谓的“最内稳定圆轨道”（ISCO）。虽然还存在更小半径的圆形轨道，但这些轨道都不稳定，这意味着即使最微小的扰动也会使轨道掉入黑洞。鲍勃拒绝到这些更小的轨道上去，这些轨道本质上就是艾丽丝在变焦-旋转游戏的旋转阶段的飞行轨道。

现在我们想知道，当艾丽丝表演她的特技飞行时，鲍勃看到的她飞机上闪烁的黄色信号灯是什么样子。为了回答这个问题，我们需要退后一步，先讨论一种被称为“多普勒频移”（Doppler Shifting）的效应，这种效应即使在没有重力的情况下也会发生。事实上，多普勒效应甚至连狭义相对论都不需要。当你听到向你驶来的救护车的警笛声时，其音高在救护车经过你身旁时会明显地降低。简单来说，我们可以想象一下，现在救护车发出的不是正常的警笛声，而是一种特定音高的纯音。比如A调，它高于中央C调，频率约为440赫兹，即声音每秒振动440次。假设救护车以1/10的声速行驶（这个速度对救护车而言算相当快了，约为每小时124千米）。当救护车靠近时，你听到的音高会比440赫兹高大约10%。当救护车从你身边驶过时，你听到的音高又会比440赫兹低大约10%。这种音高的变化就是多普勒效应。原因在于：当救护车靠近你时，每一个连续的声波振动都会比前一个更加接近你。因此，当这些声波振动向你移动的时候，它们会有点儿“拥挤”，并且与救护车静止不动时相比，它们接近你的频率更快。光在狭义相对论中也有类似的现象。如果没有任何引力场，并且艾丽丝径直向鲍勃飞去，她的黄光信号灯的电磁振动对鲍勃来说就显得更加拥挤——波长越短，频率越高。这意味着黄光会发生某种程度的蓝移。反之，如果艾丽丝飞离鲍勃，黄光对鲍勃来说就会发生某种程度的红移。以此类推，如果艾丽丝向鲍勃飞去，她每秒（根据她的时钟）发送一次闪烁信号，那么鲍勃会看到频率高于每秒一次的信号。反之，如果她飞离他，那么鲍勃会看到频率低于每秒一次的信号。看起来多普勒效应似乎会与狭义相对论中的时间延缓效应发生混淆，事实也确实如此，但完全正确的相对论性处理方案就是上文中描述的那样。

当艾丽丝进行变焦－旋转轨道表演时，引力造成的时间延缓也会对到达鲍勃的光线产生红移效应，而且这个红移效应将大于光线的多普勒频移。如果鲍勃要向艾丽丝发射一束光线，那么它将发生引力蓝移。这些引力效应完全是由引力阱中不同深度的时间流逝速率的不同造成的，它们是第2章中介绍的庞德－雷布卡实验背后现象的变体。除此之外，另一个复杂的因素是，艾丽丝的黄色信号灯的光子在去往鲍勃处的途中或多或少地会沿复杂的轨迹传播。最简单的情况是，艾丽丝在信号灯闪烁的时候正好位于鲍勃的正下方，比如恰好到达一次旋转的中间点，然后光子或多或少会直线上升至鲍勃的位置，并在引力的作用下稍微有点儿红移。但是，如果艾丽丝在信号灯闪烁时，与鲍勃恰好位于黑洞的两侧，那么信号灯的光仍然可以被鲍勃接收到，但前提是这些光子必须绕开黑洞！令人惊讶的是，这竟然是有可能的。爱因斯坦甚至预料到了这一点。确实，另一个关于相对论的早期验证（正是这个验证使爱因斯坦声名远扬），就是1919年全日食期间的星光偏折观测。造成星光偏折的原因与艾丽丝的信号灯光子可以避开黑洞到达鲍勃的原因一样，只不过前者的效果更弱。但光子能做到的不只是这些！信号灯的光子还可以像艾丽丝一样找到特殊的轨道，从而绕行视界，甚至是绕行好几圈，再向上到达鲍勃的位置。理论上，光子可以在1.5倍施瓦西半径的轨道上绕黑洞无限旋转下去。这个圆形轨道被称为“光环”（light ring），是不稳定的。然而，黑洞的这个特性是它具有明亮的环状轮廓的原因，这个轮廓勾勒出了射电望远镜目前正在捕捉的黑洞“阴影”，我们将在第5章的结尾部分简要地介绍一下。

简言之，鲍勃看到的每个来自艾丽丝的航天飞机的光脉冲，都既受到引力红移的影响，又受到多普勒红移或蓝移的影响。此外，他还会看到每个光脉冲都有弱回波，对应于在黑洞周围绕行了一圈甚至更多圈才逃离的光子。最大的红移足以使光子完全移出可见光谱并进入

红外波段，最大的蓝移则足以使光子从可见光谱的蓝端移出。总之，鲍勃会看到彩虹的全部7种颜色！

我们徘徊在黑洞视界外的时间已经足够长了，现在是时候穿过它了。艾丽丝和鲍勃都想让对方去做这件事，但两个人都明智地拒绝了。作为替代，他们打算发射一个卫星探测器。简单起见，他们回到半径为1.5亿千米的圆形轨道，并在那里发射了探测器。探测器以静止状态出发，没有做变焦、旋转之类的运动，而是径直向下进入黑洞。他们把艾丽丝的黄色信号灯安装到该探测器上，以便观测发生了什么。由于引力效应和多普勒效应的共同作用，他们接收到的光脉冲频率低于每秒一次，并且被红移了。在从1.5亿千米半径的初始位置到达最内稳定圆轨道的过程中，做自由落体运动的探测器将记录下2638秒的时间，再经过122秒到达视界。然后，按照经典的广义相对论，它将悄无声息地瞬间穿过视界。事实上，不会发生什么特别的事情让它得知它穿过了视界。艾丽丝和鲍勃也永远不会看到它穿过视界的那一瞬间，因为在它靠近视界的过程中，时间延缓将变得无限大。换言之，信号灯发出的每个光脉冲需要花费越来越长的时间才能到达他们，并且最后一个光脉冲会在某个时间点恰好在视界外发出。无论他们设置的脉冲间隔有多短，事情都会如此。但是，我们坚持每秒一个光脉冲的计划，并利用探测器上的秒表来测量时间间隔。假设我们设法使探测器的一个光脉冲正好在它穿过视界的一瞬间发射出来，那么这个光脉冲永远也不会被艾丽丝和鲍勃看到，但在它之前的所有光脉冲都可以被接收到。他们能够看到的最后一个光脉冲会在探测器发射后的第3741秒时被接收到，倒数第二个则会在第3686秒时被接收到。因此，从艾丽丝和鲍勃的角度看，倒数第二个和最后一个光脉冲之间的时间间隔已经长达55秒。而且，最后一个光脉冲和倒数第二个光脉冲的波长将分别被红移79倍和40倍。如果探测器发出的这些光脉冲是波长为570纳米[注]的黄色光，那么它们将作为波长分别为45微米[注]和23微米的红外光被鲍勃和艾丽丝观测到。

引力的时间延缓（我们也称之为引力红移）与时移函数的倒数成正比，时移函数在视界上趋于0，因此在那里时间将无限延缓。这就是探测器在视界处发出的光脉冲永远不会被艾丽丝和鲍勃接收到的原因，之后的光脉冲就更不可能被接收到了：在视界以内，时间延缓“超越了无限”。但是，这种说法究竟是什么意思呢？做自由落体运动的探测器在视界处并没有注意到任何异常，但如果探测器试图从视界内加速退出去，它注定会失败。无论用多么强大的推动力，探测器都不能返回视界处，它甚至不能停止向黑洞核心运动。这是我们在前言中强调过的黑洞内部的命运。随时间增加，它只能径向向内移动。没有任何力量可以把物体从黑洞中拉出来，也没有什么力量可以让我们回到过去。一旦探测器穿过视界，探测器的光子就只能往黑洞内部掉落。黑洞内部的时间与外部是完全不同的，从这个意义上说，时间延缓确实已经“超越了无限”。视界内的时间向黑洞中心运行，在那里奇点控制了未来。

视界内的时间对于黑洞物理学来说如此重要，以至于我们将使用微分几何的语言，以便更精确地说明这一点。回顾一下，时空度规有两项任务：一是告诉我们两个时间分离事件之间的固有时，二是告诉我们两个空间分离事件之间的固有距离。写出一个时空度规的公式，就可以一次性地完成这两项任务。技巧在于，要在公式中写下两个临近事件之间距离的平方，而不是距离。如果距离的平方是正数，这两个事件就是类空间分离的。相反，如果距离的平方是负数，它们就是类时间分离的，我们认为距离的平方实际上就是事件之间固有时的平方的相反数。在施瓦西解中，就像在任何爱因斯坦方程解中一样，度规的公式（基于时移函数、径向拉伸等）实际上就是这些距离平方公式之一，它可以得出正值也可以得出负值。在径向方向上略微分离的两个事件之间距离的平方，在视界外是正数，在视界内则是负数。最后一点很关键：距离平方是负数意味着事件是时间分离的。换句话说，半径变得像时间一样，而时间变得像空间一样。虽然这些听起来

很奇怪，但用到的施瓦西几何的曲率中并没有什么有趣的东西。相反，时间和半径的一般概念在穿过视界时被重置了。

尽管在视界内时间和半径混在了一起，但我们关于施瓦西解中半径的初始看法仍然是有效的：即使在黑洞内部，半径仍然可以理解为以原点为中心的圆周长除以2π。换言之，施瓦西解中任意给定半径的球体，其面积都是半径平方的4π倍，这与我们在学校学到的公式是相同的。但在黑洞内部，这个公式的真正意义却是惊人的：我们已经知道，在那里半径即时间，所以我们所说的球体指的是在一个固定的时间点两个角度方向上的全部空间。随着时间的推移（即半径向内移动），球体变得越来越小，最终成为奇点。

当朝着奇点进发时，我们会发现需要解释一下潮汐力。正如牛顿知道的那样，我们在地球上看到的海洋潮汐是由月球对地球的引力拉拽产生的。(注)地球靠近月球的一端受到的月球引力比远的一端强，这种不均匀的力使地球在朝着月球的方向上被稍稍拉长了。整个地球都能感觉到这种拉力，但海洋会产生更强烈的反应，因为水是流动的。来自月球的潮汐力仿佛将地球的远月端拉离月球，同时将地球的近月端拉向月球。这似乎违背我们的直觉，因为我们知道引力是纯粹的吸引力。但重点在于，刨除月球对地球的平均拉力之后，剩余效应是潮汐力。平均拉力略微改变了地球的轨道运动，潮汐力则稍稍拉伸了地球。

当探测器穿过视界时（见图3－4和图3－5），它原则上就已经受到了潮汐力的作用，但并不是特别强，因为黑洞非常大，而探测器本身却很小。当探测器穿过视界刚好一米时，情况在黑洞内部迅速地发生变化。正如我们讨论过的那样，一旦探测器进入视界，再大的加速度都不能使探测器避免落入奇点的命运。事实上，如果我们希望探测器能够在它的厄运来临之前拥有最长的固有时，那么我们最好不要让它加速，而是待在测地线上。它将在穿过视界后的第27秒左右抵达奇

点。当探测器接近奇点时，黑洞内的潮汐力将迅速增加，在探测器撞上奇点之前的大约10微秒到100微秒（准确的数字取决于我们用来建造探测器的金属强度）时就会四分五裂。越来越强的潮汐力把探测器撕成更小的碎片，直至将其剥离为原子。但事情并不只是这样，很快，潮汐力就会增强到足以将所有电子从原子核上剥离下来，再将原子核分解成自由的质子和中子，然后又分解成夸克和胶子。我们确实不能保证接下来会发生什么，因为据我们所知，夸克、胶子和电子已经是点状的了。但我们可以确定，三维空间的两个角度方向会在接近奇点的过程中缩得越来越小，而那个空间方向——对应于黑洞外被我们称作时间的东西——则被沿径向方向拉得越来越长。相应地，包括我们的探测器在内的所有东西都会被挤压成一条无限长的细线。

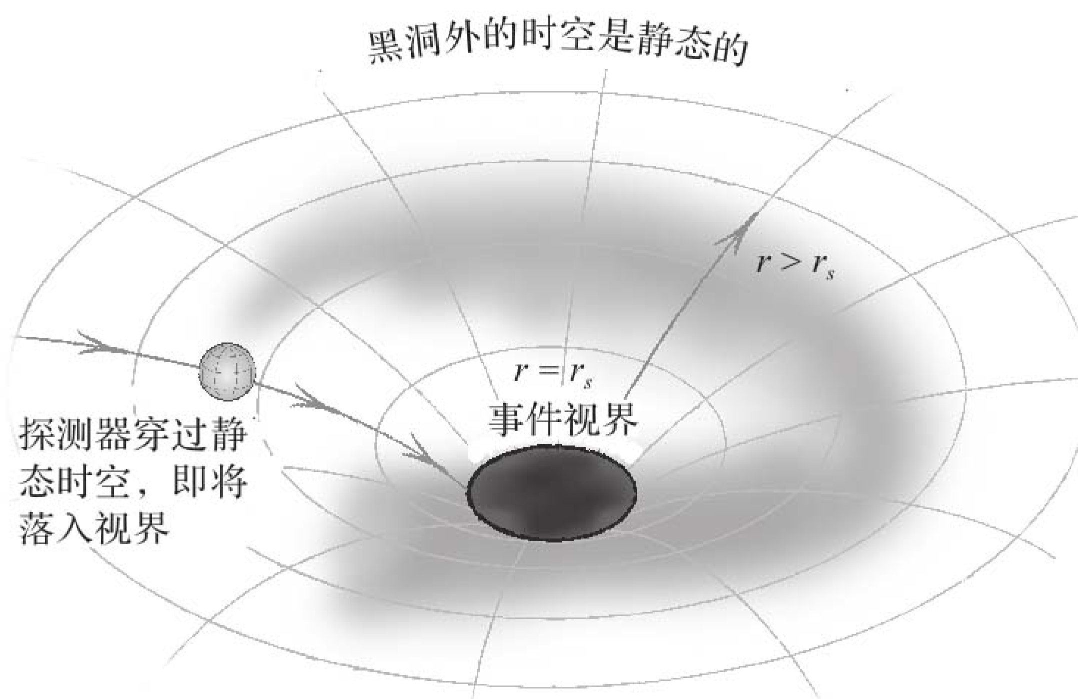


图3-4 从事件视界外观察正在逐渐落入黑洞的探测器

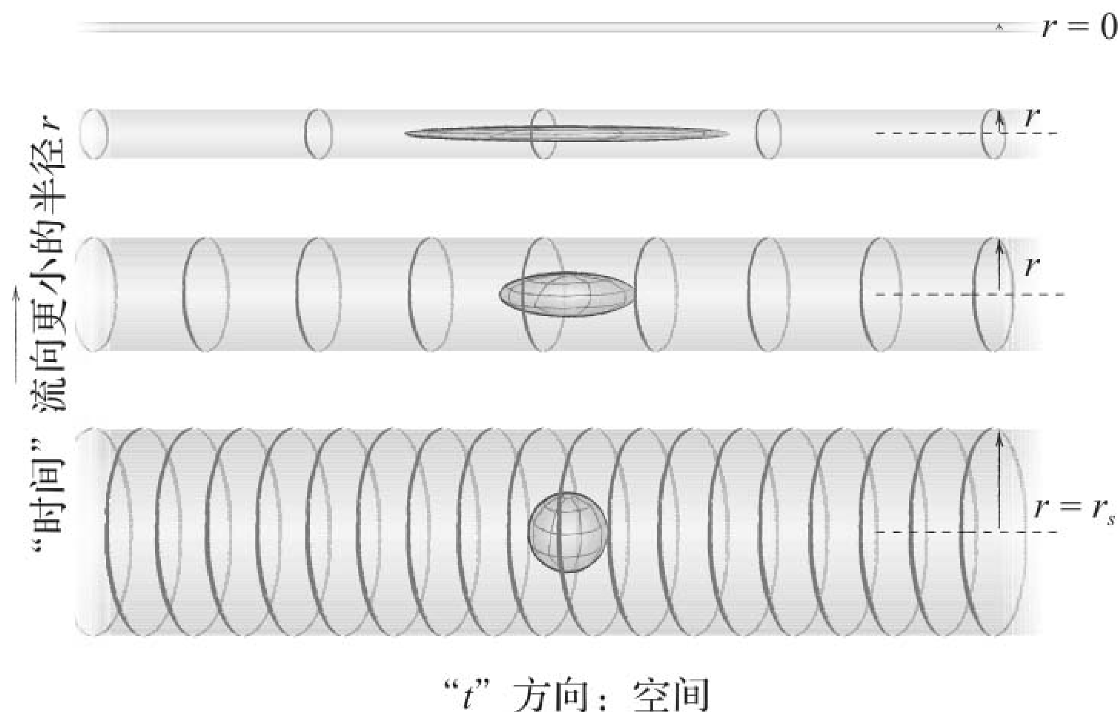


图3-5 从事件视界内的视角观察正在落入黑洞的探测器。在视界内部，探测器随着时空的坍缩而被毁灭。随着“时间”从事件视界$r=r_s$处向奇点$r=0$前进，探测器沿一个空间方向（“t”）延伸到∞，并在另外两个空间球面方向上被压缩到0

现在看来，我们似乎已经从头到尾地探索了施瓦西解。这真是一个奇迹，它以一种简单、精确的方式描述了我们生活的弯曲时空几何的特点，同时给出了银河系中最重的天体，即位于银河系核心处的巨大黑洞周围的时空几何的近似描述。施瓦西黑洞本身是完全静止的，就像一只潜伏在曲面几何网中心的蜘蛛。正如我们知道的那样，离视界太近的物体一定要奋力逃跑，任何穿过视界的东西很快就会被奇点毁灭成你能想象到的最细小的物质流。

事实上，这不是关于施瓦西解的故事的结局。施瓦西度规有一个与时空的黑洞部分相反的另一面，它被称为“白洞”（white hole）。对于白洞而言，从奇点出发，时间的流动将所有空间从奇点中拖拽开来，让所有东西都穿过单向边界到外面去。一旦出去了，你

将永远无法返回白洞。白洞之所以必然是施瓦西解的一部分，其原因可以从以下显而易见的悖论中找到。除了在奇点处，测地线严格来说是“完整的”：作为时空中的最优轨道，它们没有开始或结束。对于粒子测地线或光子测地线而言，从任何点出发总会有一个前进或后退的路径。唯一失效的情形是通向奇点的测地线，这时就需要用量子引力理论来解释发生了什么。当然，非引力性作用力可以使粒子沿着不是测地线的轨道移动，但是作为时空中的路径，测地线总是在那里。比如，如果你坐在自己最喜欢的咖啡店的椅子上阅读这本书，那么你不会沿着测地线运动，因为椅子和地面施加在你身上的力阻止了你这样做。但是测地线仍然存在，而且穿过地面指向地球中心，那些不受其他外力作用的粒子或物体，比如中微子，还将沿着测地线运动。

以所有这些为背景，施瓦西时空中出现了一个明显的悖论。从向黑洞中心发射的探测器上发出的光子，始终沿着测地线运动，直到被艾丽丝和鲍勃看到。这条测地线是完整的，不仅延伸到发射点，还会一直延伸到施瓦西半径甚至视界内的地方。让我们换一种角度思考，假设我们从艾丽丝和鲍勃看到光子的时间点开始回溯它的路径，它会向着更小的半径移动，并且在过去的某个时刻返回到探测器的位置，此时光子的生命就结束了，因为这也是它的发射源。但是，这条测地线并没有结束，它会继续向着更小的半径前进，原则上没有任何东西能阻止真实的光子沿着这条路径运动。该路径一直延伸到视界，而且因为施瓦西半径处没有奇异性，它甚至可以穿过视界并延伸到更小的半径处。我们知道没有什么东西能从黑洞中逃逸，但是这条测地线似乎提供了一条逃生通路，这就是悖论。

对这个明显的悖论的解释是，这条测地线并非来自施瓦西度规的黑洞部分，而是来自时空的完全不同的部分——白洞，在那里其时空的流向与黑洞完全相反。白洞的内部指的是径向坐标小于施瓦西半径的地方（或许应该是“时候”），在那里，时间的流逝意味着运动到更大的半径。因此，里面的东西不会被困住，只会被赶出视界，且没

有机会重新进入白洞。白洞的零半径处也是一个奇点，但潮汐力与黑洞相反：细线被挤压并拉伸成球体。

白洞在哪里？更确切地说，应该是在什么时候？答案是：白洞出现在过去，事实上，是任意遥远的过去。同样地，黑洞是未来的一部分，它将永远存在（忽略量子效应）。如果这种说法令人困惑，另一种思考白洞和黑洞问题的方法，就是用宇宙大爆炸来做类比。在爱因斯坦的引力理论中，大爆炸是我们的宇宙“开始”的一个奇点（就像黑洞的奇点一样，广义相对论在大爆炸的奇点处失效，所以那里究竟发生了什么，至今还是一个谜）。尽管我们可以看到我们周围各处的来自大爆炸的光子，它们形成了宇宙微波背景辐射，但我们显然永远也不能回到大爆炸——它不是一个地方，而是过去的一个时间段，它留给我们的是一个膨胀的宇宙。同样地，让我们大胆地想象，假设施瓦西解描述了一个以白洞开始而以黑洞结束的时空。从外部观察，任何在白洞中产生的光子似乎都来自现在变成了黑洞的空间区域。光子的确是这样，但当它们向外流向施瓦西半径，并最终穿过施瓦西半径时，黑洞并不在那里，而只有白洞。

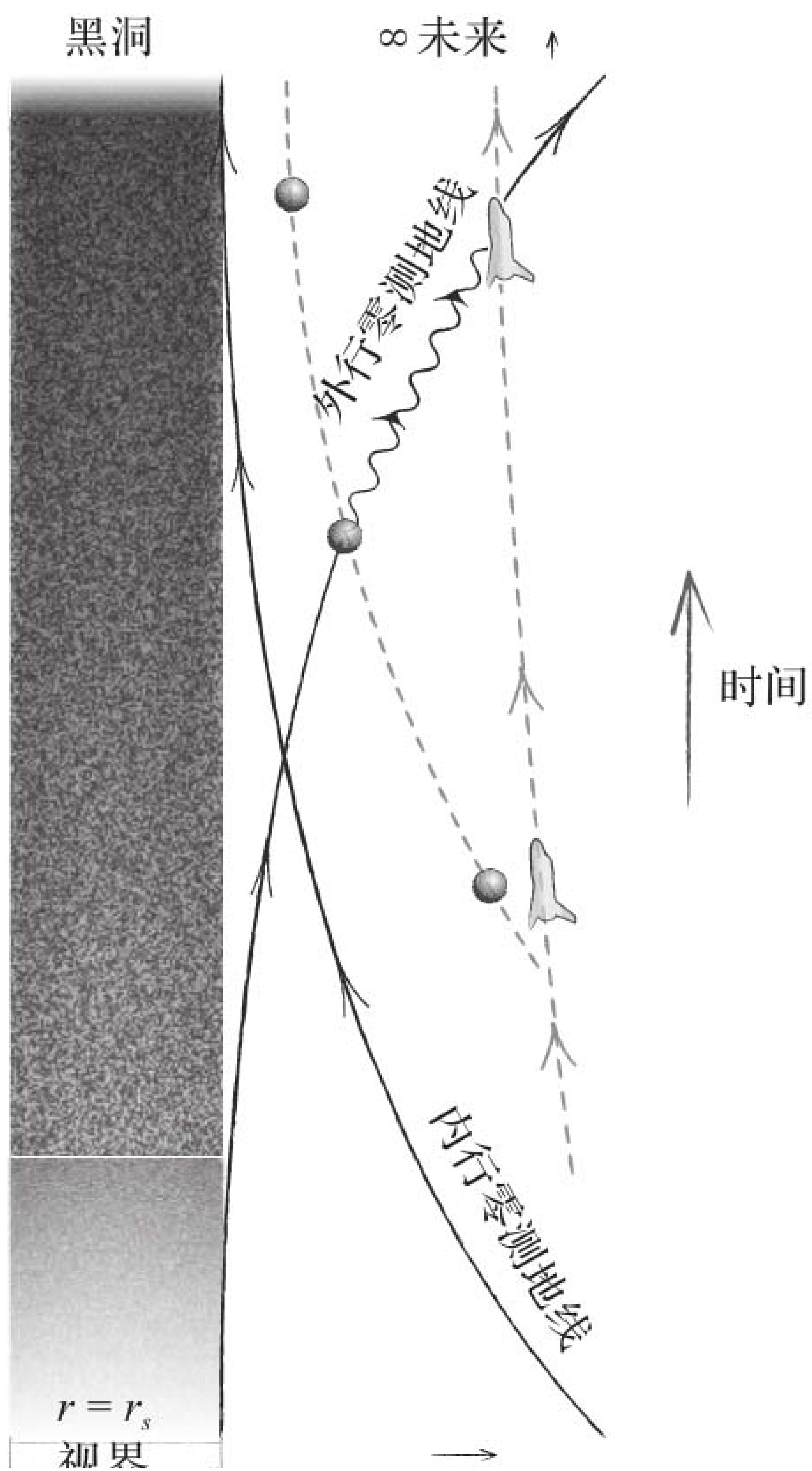

黑洞
∞未来
外行零测地线
时间
内行零测地线
$r = r_s$
视界



图3-6 对施瓦西解的全部黑洞/白洞性质的描述。从外部观测者的角度（在这种情况下就是飞船上的观测者视角），所有外行零测地线都来自过去的白洞；所有内行零测地线都将在未来落入黑洞。然而，无论哪种类型的测地线都不可能穿过白洞视界或事件视界，因为这些都只在对于观测者而言的无穷远的过去或未来才会发生。由探测器发射的光子跳到外行零测地线轨道上，并沿着这条路径运动直到它被观测者看到

为了加深对施瓦西黑洞的理解，我们已经探索了大质量物体（比如艾丽丝的航天飞机或不幸的探测器）和光子的许多可能的轨迹。所有这些路径都可以被称为“因果路径”，原因在于，只要时空中的两个事件都处在同一条因果路径上，第一个事件就可能影响在它之后发生的第二个事件。如果考虑到非因果路径，我们对时空的看法就会得到拓展，继而发现施瓦西解的另一个显著特征。它就是所谓的“虫洞”或爱因斯坦－罗森桥，它连接着艾丽丝和鲍勃居住的外部世界和另一个具有相同几何结构的外部世界。在后一个世界中，与艾丽丝和鲍勃兴趣一致的冒险家艾丽西娅和布拉德利也对他们的黑洞做同样的实验，并且得出与艾丽丝和鲍勃一致的结论。然而，双方都不知道对方的存在，因为这两个世界之间唯一的连接是无论有质量还是无质量的粒子都不能遵循的黑洞或白洞内部的非因果路径。换句话说，这两个外部世界在因果关系上是彼此不相连的，但内部却是重叠的。虫洞被视为连接宇宙中相隔极其遥远的两个地点的桥梁，这个看法是大量科幻小说之源。麻烦的是，从实际意义层面来说，非因果地连接相隔遥远的时空区域，根本不会使它们真正地被连接起来。非因果关系恰恰意味着没有任何东西可以从一边到达另一边，即虫洞是不可穿越的。在广义相对论中，场方程有可穿越虫洞的解，但都需要“奇异物质”，而这种物质尚未被发现，或者根本不存在。我们将在第7章的结尾讨论“普通”虫洞，也就是不可穿越的虫洞究竟意味着什么。

尽管视界内充满着混乱和暴力（更不用说另一个世界了），但外部的观测者甚至连里面的声响也丝毫察觉不到。事实上，黑洞的一个更加一般的性质是“无毛定理”（no-hair theorem）。在本章中，我们主要关注一种特殊类型的黑洞，即不旋转的施瓦西黑洞。接下来，我们会介绍旋转的黑洞（叫作克尔黑洞）和带电荷的黑洞。那么你可能想知道，究竟有多少种黑洞？答案是：一旦你知道黑洞的质量、电荷和自旋，就可以准确地知道整个黑洞的性质。这个令人印象深刻的无毛定理有时也被称作“唯一性定理”（uniqueness theorem）。在这里，唯一意味着如果我们指定质量、自旋和电荷的参数，就可以得到一个且仅有一个黑洞视界。“无毛定理”一词源于一个幽默的思考，即如果存在非唯一的视界，它们可能会是一些什么形状。黑洞也许有山包、山脉、凹坑或山谷，在这种假设下黑洞视界特征的泛称应该是什么？“毛发”是人们偏爱的选择。必须承认，像“无特征定理”这样的术语，就不如“黑洞无毛”听起来有噱头。

我们直观地理解无毛定理的方式是，视界可能有一些暂时性的特征，但在光绕光环一周的时间里，它们就消失了。想用数学方法严密地证明这一点是很困难的。加拿大物理学家沃纳·伊斯雷尔（Werner Israel）最初提出的无毛定理并没有那么雄心勃勃，但它实际上是一个经过严密证明的结果。他证明，如果我们假设黑洞处于稳定状态（即没有暂时性特征），那么在视界处和视界外，一个不旋转的黑洞就必然是施瓦西黑洞。换句话说，施瓦西解是解决爱因斯坦方程的非旋转、稳态时空几何问题的唯一答案。这个结果后来被其他科学家推广到由克尔解描述的旋转黑洞的问题中，我们将在第4章中讨论克尔解。证明稳态解确实是独一无二的（这正是伊斯雷尔所做的）并不能充分表明所有黑洞都只能是施瓦西解或克尔解，但这无疑迈出了重要的一步。

所有证据都表明，施瓦西解和克尔解确实是引力坍缩的稳态结局。在一颗大质量恒星坍缩或者两颗黑洞合并后，都会形成一个黑

洞，它的视界周围的时空绝对不会处于稳定的状态，而且会有一些有趣的结构。但很快地，所有结构都会以引力波的形式被带走，事件视界外的几何变成了能够由爱因斯坦场方程的精确解描述的完美、光滑、稳定的形态。相比之下，在视界内发生的事情远没有这么确定。事实上，尽管我们对施瓦西解和克尔解的内部有原则性认知，但由动态过程形成的黑洞视界内究竟发生了什么，仍然是科学家和数学家试图破解的一个谜题。

由大质量恒星坍缩形成的黑洞，它的过去不可能是一个白洞，而是一颗恒星，也不会有通向另一个宇宙的虫洞。事实上，关于如何“看见”星系中心的超大质量黑洞，还有一些未解的秘密。在它们的过去可能存在着类似白洞的东西，或者将它们连接到宇宙其他地方的虫洞，这并非完全不可能。如果宇宙中的超大质量黑洞的过去是白洞，我们可能就需要对施瓦西度规的白洞部分做些实质性修改，因为我们可以观察的过去（大爆炸）看起来与施瓦西白洞完全不同。但是，超大质量黑洞同样有可能是由极早期宇宙的大质量恒星坍缩，然后随着时间的流逝吞噬物质和其他黑洞形成的。在这种情况下，不会有任何白洞或虫洞与它们相连。至少有很多观测证据都可以表明黑洞存在于我们的宇宙中，但没有任何关于白洞或虫洞存在的证据。

我们已经呈现了广义相对论中的黑洞的一些奇妙之处。现在，你也应该可以理解，尽管在爱因斯坦公布了他的场方程后不久，施瓦西就可以用精确的数学来充分探讨它，而科学家们却花了如此长的时间才弄清楚施瓦西度规的真正意义。在施瓦西解被严肃对待之前，包括1963年发现的克尔解在内的许多新数学方法都成为必需品。同样至关重要的是，那时天文学家开始在宇宙中发现一些传统理论无法解释的天体，但却可以用黑洞理论来解释它们。若不是这样，广义相对论就会被视为一个数学上的怪胎，而且没有物理学上的相关性（就像它在创立之初曾被认为的那样）。我们对黑洞的大部分现代理论都是在爱

因斯坦逝世之后才成形的，所以很遗憾，他不能完全欣赏到他的理论是如何真正令人大开眼界的。

---

1. 对于从几乎固定半径的轨道径直向上传播的红移光子而言，狭义相对论的时间延缓效应也会有所影响。通常，我们的直觉是时间延缓被合并到了多普勒效应中，但对于传播方向与光源的运动成直角的光子来说却不是这样的。
2. 光子的行为与艾丽丝在飞船上的行为在某种程度上是不同的，因为光子完全没有质量。特别是，半径为1.5倍施瓦西半径的圆形轨道是光子唯一的圆形轨道，相较之下，艾丽丝和她的航天飞机则有许多可能的圆形轨道（稳定和不稳定）。
3. 1纳米=10^{-9}米。—编者注
4. 1微米=10^{-6}米。—编者注
5. 太阳引力也会影响潮汐，但简单起见，我们在这里忽略它，而只关注来自月球的更强影响。

第4章 自转的黑洞

在第3章中，我们描述了爱因斯坦场方程的施瓦西解的所有光彩夺目的结果，它代表了一个独立、静态、不旋转的黑洞。接下来，我们将讨论施瓦西解的延展，用它来描述旋转黑洞。为了纪念发现这个解的数学家罗伊·克尔（Roy Kerr），它被命名为克尔黑洞。克尔黑洞很重要，因为宇宙中的黑洞几乎总有旋转或自旋（spin），由此产生了有趣的新效应。黑洞自旋的主要影响之一是，在旋转的黑洞拖拽它周围的时空，这叫作“参照系拖拽”（frame dragging），并使测地线表现出一种新的进动。回想一下，对施瓦西黑洞而言，进动是椭圆轨道的旋转，但这种旋转发生在轨道的固定的二维平面内。而在克尔解中，参照系拖拽造成的新扭曲是轨道平面本身围绕黑洞自旋轴的旋转，与黑洞的旋转（围绕轴线顺时针或逆时针旋转）具有相同的意义。粒子越靠近黑洞，参照系拖拽引发的旋转就越快。事实上，在一个叫作“能层”（ergoregion）的区域，参照系拖拽变得如此极端，以至于所有粒子——不管是不是沿着测地线运动，不管质量大小（甚至是光子）——都不得不在黑洞周围旋转。能层的存在使得黑洞的旋转能可以被提取出来，我们在后文中将描述一种被称为“彭罗斯过程”（Penrose process）的方法，它常被用来提取黑洞旋转能。

我们还将简要地介绍带电黑洞，它们是麦克斯韦电磁方程和爱因斯坦场方程的解。带电的黑洞对于天体物理学来说并不是那么重要，因为（我们认为）宇宙中大部分的黑洞几乎都是电中性的。然而，它们展示出一些有趣的现象，特别是，如果一个黑洞带有太多电荷，视界将不复存在！但是，相信没有什么物理过程可以将充足的电荷放进黑洞中去消灭视界。所以更准确的说法是，黑洞有一个最大的电荷承载量。同样地，克尔黑洞的自旋不能任意大。具有最大可能的电荷承

载量或自旋的黑洞被称为“极端黑洞”。尽管电荷和自旋并没有在多大程度上改变视界外的时空的大体性质，但是，在内部就是另外一回事了。在那里，经过一段时间，时空的坍缩（对于一个施瓦西黑洞来说，坍缩会一直持续到奇点）会逐渐减速并且在所谓的“内视界”（inner horizon）上发生逆转。虽然不是奇点，但内视界有一些怪异的特性，从某种意义上说场方程在此“失效”了，不能唯一地预测出时空发生了什么。如果我们假设解可以被尽可能平滑地延展到内视界，时空就会扩展到一个具有更多怪异特性的新区域：一个具有负质量的奇点和观测者可以沿逆向时间运动的轨迹。本章将详细地探讨这些特性。

让我们从寻找一个自旋的黑洞开始。在本章中，自旋指的是经典意义上的自旋（即围绕一个特定轴旋转），而不是量子力学意义上的自旋。角动量是对天体旋转或自旋的量度。量子力学的自旋和传统的自旋都是角动量的度量，尽管它们在数学和物理特性上有相当大的差别。角动量是物理学的一个重要特性，其中一个原因是，对于一个孤立系统而言，它是守恒的。外力（以力矩的形式）可以改变系统的角动量，但是，作为牛顿第三定律的结果（这个结果在量子力学和相对论中也成立），施加外力的媒介的角动量会被一个大小相等但方向相反的变化平衡。宇宙中几乎任何行星、恒星或黑洞都或多或少地具有角动量，这是天体在形成和演化的过程中，由其本身的错综复杂的动力学特征以及和周围其他物质的相互作用而导致的结果。我们在这里说的话没什么新鲜的，都是可以追溯到牛顿时代甚至更早时期的经典机制。但是，这确实决定了我们在宇宙中遇到的多数黑洞可能具有的某些特征，它们是角动量为零的施瓦西黑洞不具有的。

这个时候我们需要的是能够描述旋转黑洞的场方程的解。当旋转变得非常小时，我们希望能够将其作为一种特殊情况用施瓦西解进行处理。考虑到施瓦西解是在广义相对论创立不到一年的时间里发表的，而罗伊·克尔直到1963年才发现了人们长期寻求的旋转解，这似

乎让人有些好奇。施瓦西是在球对称性的假设前提下推导出他的解，但事实证明，当黑洞自旋时，它扭曲了附近的时空，导致几何不再是球对称性的。克尔找到了被称为轴对称的（axisymmetric）、限制较少的一类解，这些解有一个单一的对称轴，绕此对称轴旋转几何体不会产生任何变化。比如，一个美式橄榄球就是轴对称的（忽略接缝、表面的纹理以及绘制在其上的任何明显的标志），对称轴是其长轴。一个投掷得好的橄榄球将围绕对称轴自转，但你几乎不会注意到它的自旋（除了它旋转时标识会变模糊）。相反，投掷得不好则会使橄榄球围绕着其他轴旋转，在空中飞行时看起来就像在摇摆或翻滚。盘子和圆柱体是轴对称几何体的其他例子，球体严格来讲也是轴对称的，但它还具有额外的对称性，因为任何通过球心的轴线，都是它的对称轴。

事实证明，相较限制性较小的轴对称情况而言，如果时空几何是球对称的，场方程就会极其简单，这是发现克尔解花费时间过长的一个原因。去除轴对称的限制将使场方程变得更加复杂，自然地，我们也想知道未来是否能发现更复杂的黑洞解。事实并非如此，这要归功于第3章中讨论的黑洞无毛定理。回想一下，这个定理指出，任何黑洞都会很快失去它可能具有的暂时性特征（也称为“毛发”），并处于一个唯一的稳定状态。在没有物质或电荷的情况下，这个稳定状态就是克尔度规。换句话说，一个黑洞可能具有的任何非轴对称特征都是暂时性的。所以，比克尔解更复杂的爱因斯坦场方程的稳定黑洞解是不存在的。

黑洞的许多特征并没有受到自旋的定性影响。比如，本地和远处的观测者之间的时间延缓，在接近视界的时候将变得无限大；视界是单向边界，一旦穿过视界，时空自身便开始向内坍缩；那些足够靠近黑洞的轨道，会表现出变焦－旋转的动力学特征。然而，这些效应的细节可能会有很大的不同。而且，通过两种重要的方式，自旋改变了黑洞外的空间几何，并使得一些新现象出现。第一，如前文所述，空

间几何不再是球状的。在施瓦西度规中，恒定的时移函数（意指恒定的引力红移）的表面是球面几何体。在克尔度规中，类似的表面在旋转轴穿过的极点周围变得平直，而沿着赤道的地方则会凸起。这与地球、太阳或其他大质量天体相似，旋转使得它们的形状被扭曲，如若不然这些天体应为球状。越靠近黑洞的事件视界，平直或凸起的现象就越明显，并且黑洞旋转得越快，这类现象也变得越发明显。

旋转改变空间几何的第二个重要方式是，它使得时空开始在黑洞周围流动，越接近事件视界流动得越快。我们将通过描述它如何影响测地线的轨迹，更详细地解释时空“流动”的意思。有一个合适的类比，想一想龙卷风周围的空气是如何流动的。在这里，空气代表时空，测地线是龙卷风扫除并用其漏斗结构运载的任何灰尘颗粒（或不幸的奶牛）。在时空背景下，这种效果被称为参照系拖拽效应。这个属性并不是黑洞特有的，事实上，地球自转也会造成参照系拖拽效应。但与黑洞相比，地球的效应要小得多，以至于被GPS卫星忽略，直到最近才被灵敏的引力探测器B（Gravity Probe B）和LAGEOS（激光地球引力学卫星）验证。

为了探索参照系拖拽的所有结果，让我们再次发射可信赖的卫星探测器。在距离克尔黑洞很远的地方让探测器从静止状态出发，以便追踪黑洞的测地线结构。对于一个施瓦西黑洞而言，由于它是球对称、不旋转的，我们可以把任何通过它的中心与之相交的平面视为赤道面，并将在赤道面正南和正北的视界上的两个点视为它的极点，这种做法没有什么特别之处：这个平面的任何方向都与其他方向一样好。对于像克尔黑洞这样的旋转天体而言，我们将其北极和南极定义为与黑洞的自旋轴相连的视界上的点，并将赤道面定义为垂直（夹角为90°）于这个轴的平面。由于克尔黑洞的参照系拖拽和轴对称性，所以我们发射探测器的初始位置相对于自旋轴的角度大小就变得很重要了。我们来看两种极端情况：一种情况是探测器直接沿黑洞的一个极点（无论是北极或南极都不重要）下落，另一种情况是探测器沿赤

道方向下落。在施瓦西时空中，它们没有什么区别：两个探测器都会像第3章中描述的那样沿着径向方向下落。在克尔时空中，沿着极点下落的探测器也是这样，尽管在探测器下落的过程中，遥远的观测者观测到的引力时间延缓和红移的精确进程会有所不同。然而，沿赤道下落的探测器情况则完全不同。起初，探测器会沿着径向方向下落，但当它接近视界时，黑洞的自旋会将其拖到黑洞周围。从远处看，它的轨迹就像在赤道面上的收缩螺旋一样，它将更紧密地环绕在视界附近，但绝不会穿过视界。正如施瓦西解一样，来自探测器的光将发生红移，时间也会延缓，但它现在看上去似乎来自以固定角速度旋转的视界上的一点。这个角速度对于从任何角度落入黑洞的探测器来说都一样，尽管它们最终会散布在视界之上的不同纬度位置上。观测下落探测器的角度方向的运动，是测量黑洞旋转速度的一种方法。

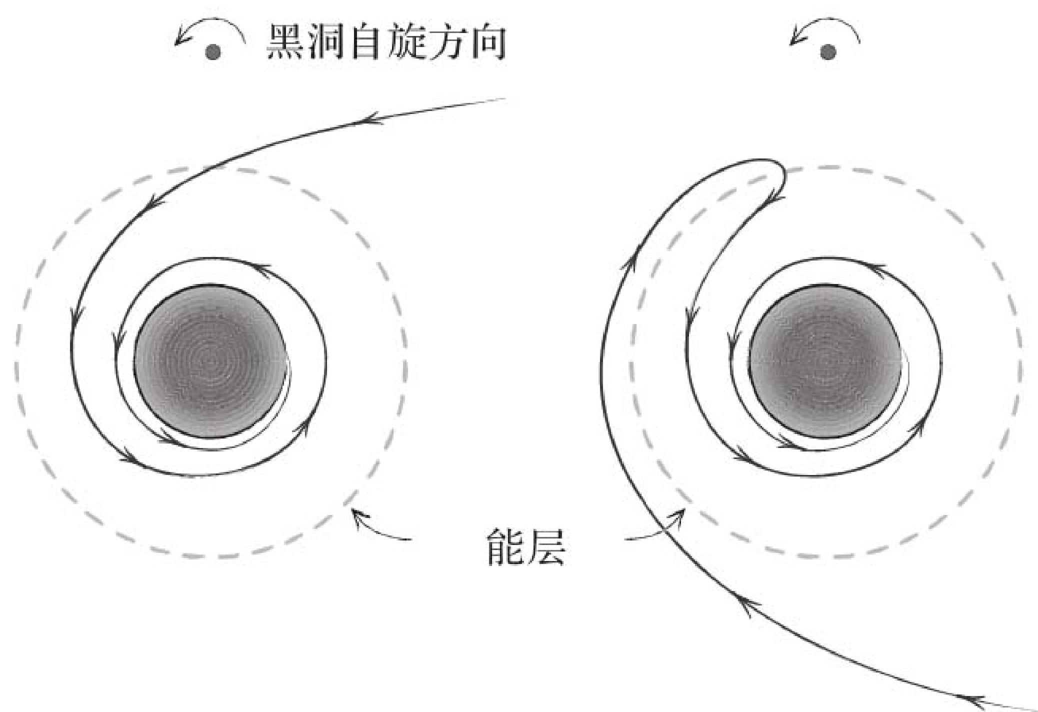


图4-1 参照系拖拽对落入克尔黑洞的测地线的影响。图中展示了落入克尔黑洞的测地线的路径，在左图（右图）中，粒子相对于黑洞的自旋具有正（负）角动量

从探测器的角度看，当它自外向内落入黑洞的时候，它会感觉到自己被拖拽。就像在施瓦西时空中一样，根据它的观察，它将会在有限的时间内到达并穿过视界。所以穿过视界的观测者的时间流速与远处的时间流速之间存在着无穷大的差别。而且，在探测器穿过视界之前，它会观测到自身绕转黑洞的圈数有限。然而，外部的观测者永远不会看到它穿过视界。相反，探测器似乎紧挨着视界，并永远以恒定的角速度围绕它旋转。所以在本地和远处，关于探测器之于黑洞自旋轴的扭曲程度，其测量值之间也存在着无限的差别。

对于那些比之前描述的从赤道或极点方向下落的更复杂的轨道，我们可以从轨道面进动的角度来理解它们的参照系拖拽效应。对于一个施瓦西黑洞，环绕黑洞的任何测地线都在与黑洞的坐标中心相交的固定的二维平面内运动，我们称这个平面为轨道平面。正如第3章中讨论的一样，椭圆轨道都在这个平面内进动，但永远也不会离开这个平面。然而在克尔黑洞附近，参照系拖拽会使整个轨道平面之于自旋轴旋转或进动。这种进动的速度取决于黑洞的自旋、轨道相对于赤道面的倾斜程度，以及探测器与黑洞的距离。赤道轨道总是停留在赤道面上，围绕黑洞两极的轨道将表现出最大的轨道平面进动，而远离黑洞的轨道则表现出非常小的进动，无论黑洞的轨道倾角或自旋如何。又一次，像施瓦西黑洞一样，与黑洞相距甚远的轨道的动力学能够被牛顿物理学很好地描述。然而在非常靠近黑洞的时候，轨道平面的进动对于变焦–旋转轨道尤其明显，特别是在微调旋转的情况下。在这个时候，探测器将在赤道面上方和下方的固定纬度之间的一部分球面上描绘出它的运动轨迹，而非环绕一个圆圈运动。相较一个赤道轨道，这只是一个圆圈，但一个极点轨道会通过旋转填满整个球面。

参照系拖拽也会影响非测地线（由火箭发射的探测器）。在靠近视界的能层，参照系拖拽效应如此强大，以至于所有类时和类光轨迹被迫沿着黑洞自旋的方向围绕它旋转。如果你位于视界之外与能层之内，并拼尽全力逆着黑洞自旋方向移动，那么无论这个力有多大，你

仍然会被拖拽着按自旋方向围绕黑洞运动。能层是视界的一种平直化版本，在两极触及黑洞视界，并且沿赤道向外延伸得很远（见图4－3）。黑洞自旋得越快，赤道上能层的隆起就越大。有趣的是，黑洞的旋转速度是有限的，如果以这个极限速度自旋，这个黑洞就是极端黑洞。对于这样一个极端克尔黑洞来说，赤道能层可增长到视界半径的两倍。在能层内，所有粒子也都必须按同样方向围绕黑洞运动，尽管运动速度可能有快有慢，这取决于粒子在能层内的位置及其是否受到引力之外的其他力的作用。如果我们接近视界，就如同外部观测者看到的那样，时间延缓和参照系拖拽一起发挥作用，从而使得所有的粒子运动轨迹，不论是否沿着测地线，都以与视界相同的角速度旋转。

为什么黑洞不能以任意快的速度旋转？在数学上，克尔解的自旋可以比极值更大，但它们的视界会消失（即它们不再是黑洞）。这些解从几个方面看都是有问题的，其中一个方面是，如果它们没有视界，时空中的奇点就会暴露在外部宇宙中。这有什么问题呢？从理论上说这是没问题的，但是经典的广义相对论无法预测一个奇点的未来，所以我们甚至不知道这种“暴露”意味着什么。科学家们使用模型计算和模拟自旋很大的黑洞（或者形成一个没有视界的奇点），但在所有模拟宇宙中可能存在的这类黑洞的尝试中，没有一个取得成功。几十年前，英国物理学家和数学家罗杰·彭罗斯爵士早就预料到了这种失败的结局，他提出宇宙监察猜想（Cosmic Censorship Conjecture），指出所有可能在自然界中形成的奇点都被事件视界“掩盖”了。从物理学家的角度看，如果大自然强制执行这个猜想，这将是一个不幸的规则。原因在于，我们认为广义相对论预言的时空奇点也是让理论失效的地方，实际发生的事情必须用一个新理论，即量子引力来描述。看到这样的事件可能会让我们新奇地认识到量子引力到底是什么，但如果它们隐藏在事件视界之后，我们就无从得知了。在讨论黑洞碰撞时，我们将再次提到这个问题（第6章）。

让我们按次序简要概括一下。与施瓦西黑洞相比，旋转使得克尔黑洞的几何结构变得复杂，并且给接近视界的粒子轨迹添加了一个新的涟漪：参照系拖拽。假设我们将一些装有闪光灯的探测器，从各个方向扔进一个施瓦西黑洞中，外部的观测者将永远不会看到它们穿过视界；相反，当它们接近视界时，它们似乎会放慢速度，冻结成一个固定模式，闪光灯的频率变慢而红移变大。克尔黑洞也会呈现出类似的景象，只是这种固定模式将永远随着黑洞的自旋周期旋转（因为参照系拖拽）。我们接下来将要描述的是，克尔黑洞的旋转如何提供了一个从黑洞中提取能量的机制。

回想一下，在相对论中，质量与能量是等价的（$E=mc^2$）。一种常见的能量形式是动能，$E=mc^2$意味着物质可以转化为其他形式的物质加上动能，反之亦然（比如在核反应中）。在黑洞中，如果我们忽略第7章讲述的量子效应，那么它的所有与物质等价的能量都被束缚在黑洞之内。然而，旋转是动能的一种形式，它可以从黑洞中被提取出来。请注意，在这样的提取过程中，没有任何东西来自黑洞内部。相反，黑洞周围时空中的旋转能是可以被提取出来的。这种方式被称为彭罗斯过程，它是以其发现者的名字命名的，彭罗斯还提出了宇宙监察假设。彭罗斯过程的工作方式（见图4－2）是：一个在远处绕转黑洞的空间站发射一艘能量开采飞船，它沿着一条测地线进入能层，赤道测地线是其最佳选择。一旦进入能层，飞船就会以与黑洞旋转相反的方向，精确地瞄准并高速发射出质量很大的抛体。当然，由于参照系拖拽，抛体和飞船看起来都像在同一个方向上绕着黑洞运动，只不过飞船的运动速度更快。有一点很重要，那就是抛体的质量需要与飞船的质量差不多大，只有这样它才会对飞船产生很大的反冲力。发射抛体时必须瞄准，以保证反冲力能将飞船推到一个能返回空间站的轨道上去，而抛体落入黑洞。如果以足够快的速度发射，抛体就将具有与黑洞相反的角动量。当抛体被黑洞吸入时，黑洞的自旋会相应减少。但

是，总角动量守恒，因此（根据牛顿第三定律），飞船一定会获得相同的角动量。这意味着飞船肯定获得了动能。

实际上，迄今为止，我们对彭罗斯过程的讨论都是寻常或者普通的。如果我们用太阳代替黑洞进行这个思想实验，同样的守恒定理也能成立。太阳在吸入抛体的同时，其角动量会减少，飞船则获得等价的动能。但在这种情况下，飞船却永远不能获得足够的动能，用来补偿被抛体带走的质量当量的能量。对于旋转的黑洞来说，会有一些不同寻常的事情发生：如果仔细调整轨道，而且投射时精确瞄准，飞船就可以获得足够多的动能，除补偿抛体造成的能量损失外还有多余的能量。要想对发生的所有事情做一个直观的解释，并不是很容易。不过，让我们来描述一下计算中的一个关键部分，它揭示了黑洞周围极端扭曲时空的另一个怪异的特性，并且解释了为什么从能层内部发射抛体对于彭罗斯过程而言至关重要。

我们先插入一段题外话，简要讨论一下轨道中物体的能量。能量以不同的形式存在。静能是质量本身的能量，即方程$E=mc^2$所指的能量。动能指运动的能量。此外，至少在牛顿引力理论中存在着势能，它描述了一个物体在引力阱中所处的位置有多深。势能是负的，因为它是你不得不施加到一个初始静态物体上的能量，这样才可以把物体从引力阱中取出来。在牛顿引力理论中，只要物体受到的唯一作用力是来自一个像太阳一样的静态的大质量物体的引力，轨道物体的总机械能（即动能加上引力势能）就永远不会改变。动能的任何变化都是由势能的相同或相反的变化来平衡的。在广义相对论中，给出在所有时空中都有意义的势能定义是一件棘手的事，但至少对于在克尔几何中运动的物体来说这是有可能的。在远离黑洞的情况下，它的结果与牛顿的定义是一致的。因此，克尔黑洞周围的轨道物体的总机械能（包括静能）可以被定义，并且因为轨道物体沿着测地线运动，所以这个总能量将保持不变。

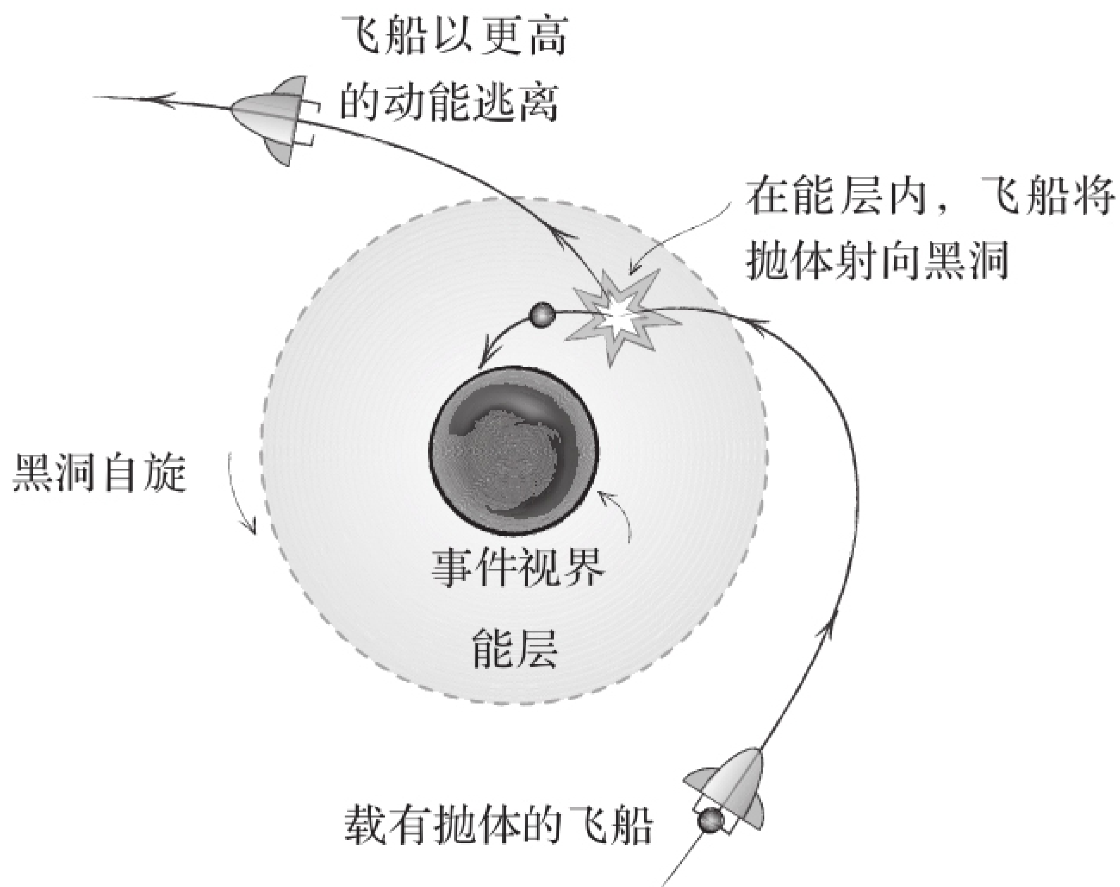


图4-2 彭罗斯过程示意图，从黑洞的自旋轴俯视赤道面上的能源开采飞船和抛体

现在，参照系拖拽的怪异特性在这里起作用了。在克尔几何中有一些测地线轨道，它们完全被限制在能层之内，沿着它们运动的粒子具有非常大的负势能，且大于其静能和动能的总和，所以它们的总能量是负的。这就是彭罗斯过程的作用原理：当处在能层之内时，开采飞船发射抛体，抛体在其中一条负能量轨道上运动。依据能量守恒，开采飞船将获得足够大的动能，一方面可以补偿被抛体带走的质量当量的能量，另一方面又包含了与抛体的净负能量相等的正能量。由于抛体随后会在黑洞中消失，所以可以用废料制造抛体。黑洞不仅会无怨无悔地吸入所有废料，还会回馈给我们比投入的能量更多的能量。这简直就是名副其实的绿色能源！

我们可以从克尔黑洞中提取的最大能量取决于黑洞的自旋速度。在极端情况下（黑洞的最快自旋速度），约有29%的能量存在于旋转时空。这听起来似乎不多，但请记住，这是针对静止质量当量的。相比之下，核裂变反应堆只能利用少于千分之一的静止质量当量的能量。

旋转黑洞视界内的时空几何与施瓦西时空截然不同。让我们跟随探测器穿过视界，看看会发生什么。最初的情况看起来与施瓦西黑洞相似。跟以前一样，时空开始坍缩，一切都被拖拽到较小半径处，潮汐力增大。但在克尔时空中，在半径达到零之前，坍缩减缓并开始逆转。对于快速自旋的黑洞来说，之后潮汐力将变得足够强大以至于威胁到探测器的存亡。为了对这种情况的发生原因有一些直觉性认知，我们可以回想一下在牛顿力学中，旋转是所谓的“离心力”产生的原因。尽管它不是一个基本力，但它是物质的所有组分在自旋组态下运动以及物质内部的基本力做出调整来维持自旋的结果。其结果可以被理解为产生了一个有效的向外的力。如果你身在一辆快速行驶的汽车中并遇到了一个急转弯，你就会感受到这种力的作用。同样，如果你坐过旋转木马，那么你也应该知道，它转得越快，你就要越牢地抓住扶手，否则你很可能会被甩出去。这个类比对于时空来说并不完美，但它传递了准确的思想。克尔黑洞时空的角动量提供了有效的离心力，抵消了纯粹的引力。由于视界内的坍缩将时空压缩至较小的半径，所以离心力变得更强，最终能够抵消和递转时空的引力坍缩。

在坍缩停止的那一刻，探测器就到达了黑洞的内视界。潮汐力在这里是温和的，而且探测器在穿过事件视界后只需要花一段有限的时间就能到达内视界。但是，时空坍缩停止并不意味着我们的问题已经得到解决，也不意味着旋转在某种程度上解决了施瓦西黑洞的奇点问题。还早着呢。事实上，在20世纪60年代中期，罗杰·彭罗斯和史蒂芬·霍金证明了一套奇点定理。这套定理指出，无论引力坍缩在什么时期发生，无论其如何短暂，最终都必定会形成某种形式的奇点。在施瓦西解中，这是一个包含一切的、毁灭性的奇点，它会在视界内的

所有空间中形成。而在克尔解中，奇点的性质则完全不同，而且相当违背直觉，考虑到我们知道的关于施瓦西时空的情况。当探测器到达内视界时，克尔奇点就会显现出来，但它出现在探测器的世界线的因果过去里。这就好像这个奇点一直在那里，只是现在它的影响力才显现在这个探测器上。如果这听起来很怪异，那就对了。一些事情在时空的图景上出了错，这告诉我们这个答案不是最终答案。

从靠近内视界的观测者的因果过去看，奇点的第一个问题是，爱因斯坦方程不能唯一地预测出内视界外的时空将会发生什么。而且，从某种意义上说，任何事物都可能从奇点中产生。据推测，量子引力理论能够告诉我们到底什么会从奇点中产生，但是爱因斯坦方程在这一点上完全无效。出于好奇心，我们将假设穿过视界时空像在数学上那样尽可能平滑（如果度规函数就是在数学领域中的“解析”的方法），接下来我们就可以描述将会发生什么。但是，这个假设没有合理的物理判断。事实上，关于内视界的第二个问题恰恰与之相反：在黑洞外面存在着物质和能量的真实宇宙中，时空在内视界处变得相当不平滑，并且会在那里形成一个形似纽结的奇点。它不像施瓦西解的具有无限潮汐力的奇点那样具有破坏性，但它至少对数学解析法延展的故事提出了质疑。这也许是一件好事，因为那的确是一个奇怪的故事。

在讨论这个奇怪的故事之前，我们先解释一下为什么黑洞外的物质会如此强烈地影响内视界。它归结为内部时间与外部时间流动的差异，以及时空旋转对坍缩的逆转是如何影响这种差异的。回想一下，在施瓦西时空中，这种差异导致了外部观测者观测到的无限红移和时间延缓，这也是他们永远看不到任何穿过视界的事物的原因。这一点同样适用于克尔时空，因为参照系拖拽使之产生了额外的扭曲。无论如何，外部观测者永远不可能窥探事件视界之内的事情，所以他们也无法看到内视界处上演的“好戏”。解答这个问题的关键在于提出一个相反的问题：在探测器掉落内视界的过程中，若它回望外部宇宙，

它会看到些什么？首先，时间流动情况与外部观测者看到的相反。探测器会注意到时间收缩即外部的事件进展得越来越快），以及引力蓝移（即从这些事件上发出的光的频率将迁移到短波波段），或朝着电磁频谱的蓝端移动。这与探测器接近事件视界时看到的情况类似。在事件视界处，探测器观测到的时间收缩和引力蓝移将是无限的，这恰恰反映了外部观测者看到的无限引力红移和时间延缓。对于能够借助强大的火箭发动机悬停在距离事件视界非常近的地方的探测器来说，这几乎是事实，但这和探测器穿过事件视界后的自由落体体验完全不同。穿过事件视界会产生一个巨大的多普勒效应，部分抵消引力的时间收缩效应，而且，做自由落体运动的探测器向后看实际上看不到任何异常情况。然而，一旦进入视界，黑洞自旋造成的时空坍缩的逆转，就会有效减缓探测器的速度。当探测器到达内视界时，多普勒效应不能抵消引力的时间收缩效应，时间收缩和蓝移将变为无限大。换句话说，在有限的、恰当的时间内，探测器能够“看到”外部宇宙的整个无限时间的演变！好吧，事实并非如此，这就是为什么我给看到加上了引号。问题在于，波长较短的光子具有较高的能量，在到达内视界之前，光子将被蓝移至如此高的能量水平，可以焚烧掉由任何已知材料制成的探测器。这种现象被称为“蓝片奇点”（blue sheet singularity），你可以想象，为什么这会对关于内视界平滑的假设提出质疑，除了时空中无光子或物质的完全真空的克尔黑洞的无菌环境。

谨记那个警告，下面让我们来探究一下这个奇怪的故事，即让穿过内视界的克尔解有最平滑的数学延展。一旦穿过这个视界，探测器将进入宇宙的一个新分支。在宇宙的这一部分，奇点总是可见的，而且不存在事件视界。奇点具有自旋环结构，在接近它的时候，曲率和潮汐力将变得无限大。在施瓦西黑洞中，奇点出现在所有下落路径的某个未来时刻，相较之下，克尔奇环处于确定的空间位置，探测器可通过某些方法躲避它。其中一种方法是开始向外移动至大半径处，超出内视界所在的径向位置。在这种情况下，时空会将探测器引入它的

白洞区域。随着这部分时空演化成一个新的克尔黑洞区域，探测器被迅速地向外射出，这个新黑洞的自旋和质量与探测器原来穿过的那个事件视界的所有者相同。探测器永远不能返回白洞，因为和施瓦西时空中的情况一样，白洞现在已然属于它的过去，这里只剩下新黑洞了。然而，探测器可能会永远保持这种运动，掉入新黑洞，穿过它的内视界，然后通过下一个白洞逃逸到另一个黑洞区域中。克尔解析解的延展给出了由白洞连接的黑洞宇宙的无限序列。

一旦它穿过内视界，探测器的另一个选择就是继续向内移动并通过奇环。好吧，重要的是，它刚刚穿过了一个圆环。难道它不能只是绕着圆环运动，并在同一个地方结束运动吗？令人惊讶的答案是：不能。最大平滑度要求，一旦探测器穿过圆环，它就会出现在宇宙的另外一个完全不同的区域中。这也可以用具有相同自旋的克尔解的度规来描述，但现在要减去原来的克尔黑洞的质量。换句话说，时空中存在着一个具有负质量的裸奇点。在那里，由奇点产生的有效引力实际上是排斥力，测地线也“远离”它。更奇怪的是，还有一个被称为“封闭类时曲线”（closed timelike curves）的时空区域。一个圆环就是一个封闭曲线的例子：它的长度是有限的，若从它上面的任何一点开始，移动一定的距离，肯定会回到起点。但“正常”的封闭曲线是类空的。如果你环绕一圈，在时间上你也在向前移动，所以当你回到初始位置时，尽管你处于相同的空间位置，但却处于初始时间的未来。虽然这也是一条类时曲线，但它不是封闭的。与封闭类时曲线不同，当你回到起始位置时，你实际上回到了和开始时相同的时空事件中。

实质上，在这个封闭类时曲线的区域中，我们所拥有的是一个时间机器。如果你距离奇点很远，就不存在封闭类时曲线，除了奇点的排斥性外，时空看起来很正常。然而，有一些你可以遵循的轨迹（它们不是测地线，所以你需要一个火箭），它们可以带你进入封闭类时曲线区域。一旦你到达那里，你就可以沿着坐标t的任何一个方向移

动，这个坐标可以测量遥远的观测者的时间，但你仍然会按照你的固有时前进。因此，你可以前往任何你想要的时间t，然后回到遥远的时空，甚至在你离开之前到达那里。当然，现在所有与时间旅行相关的悖论都出现了。比如，如果你完成了一个小小的旅行，然后说服过去的你不去开始这次旅行，将会发生什么？这些时空能否存在，如果它们存在，这些悖论又该如何解决，这些都是超出本书范围的问题。然而，正如内视界处的蓝片奇点问题，广义相对论中存在一些暗示，即存在封闭类时曲线的时空区域是不稳定的，如果试图将任何物质或能量放在这些曲线中的某一条上，它就会变成奇点。而且，在我们的宇宙中形成的旋转黑洞中，从一开始，蓝片奇点可能就会阻止负质量区域（以及通过白洞到达的其他所有克尔宇宙）的形成。尽管如此，广义相对论给出如此奇异的解还是很有趣的。然而因为很难理解，所以很容易被忽视，但请记住，爱因斯坦和他同时代的许多人当时对黑洞也做了同样的事情。

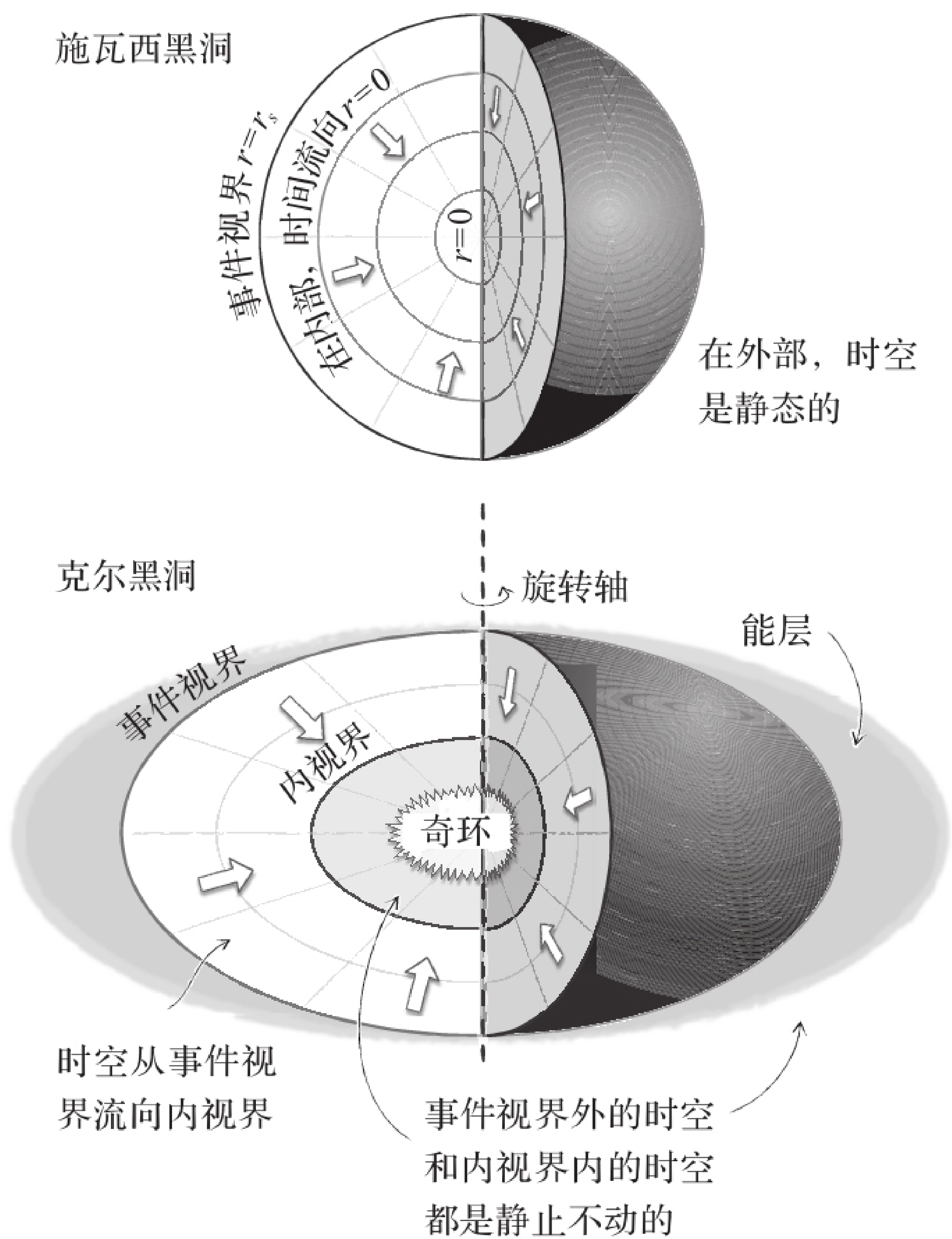


图4-3 黑洞内部结构示意图

我们用对带电黑洞的简短讨论来结束这一章。我们已经提过黑洞没有“毛发”，换句话说，它们在时空结构中没有留下任何关于什么

曾进入了它们的线索。从某种意义上讲，它们的记忆力并不好，只能记住它们消耗的东西的总质量和角动量。但是，如果你把一个电子扔进黑洞里去呢？如果黑洞忘了它，电荷会发生什么？这难道不是违反了电荷守恒这个粒子物理学的神圣特性吗？确实是这样，但幸运的是，黑洞可以为与守恒电荷相关的长程力增加额外的毛发。电磁学描述了这类力。麦克斯韦电磁方程和描述旋转带电黑洞的爱因斯坦场方程的解被称为克尔－纽曼度规。它们的质量、自旋和电荷都是独一无二的。实际上，描述一个不旋转的带电黑洞的解早在许多年前就被发现了，并以其发现者的名字命名——赖斯纳－努德斯特伦解，简称R－N解。R－N解之所以很早就被提出，是因为它和施瓦西解相同，R－N黑洞的不旋转时空是球对称的，所以它的场方程在数学上要简单得多。有趣的是，电荷也和角动量一样，具有与黑洞内部结构相似的特性。R－N黑洞中有内视界、蓝片奇点和多个相连的宇宙。然而，因为没有自旋，奇环会收缩成一个点，所以R－N时空中没有存在封闭类时曲线的负质量区域。

与自旋的另一个相似之处在于，带电黑洞的电场会产生类似于克尔解中的离心力的有效的向外压力。这个有效压力与R－N解中内视界的存在有关。所以，有一个能将黑洞变成极限黑洞的最大电荷量，如果超过这个电荷量，事件视界将不复存在，而一个裸奇点将会显现出来。与自旋一样，让黑洞负载过量电荷似乎是困难或者说不可能的。要做到这一点，需要在黑洞中增加越来越多的同种电荷。但是，因为相同电荷相斥，最终，排斥力会变得如此强烈，以至于无法加入更多电荷。在我们的宇宙中，所有黑洞都被视为非常接近电中性。如果它们携带了大量电荷，它们很快就会从星际介质中吸引带有相反电荷的离子或电子，从而变成电中性。

第5章 宇宙中的黑洞

20世纪六七十年代被称为广义相对论的黄金时代，这个时代见证了一场关于黑洞的认知革命。凭借新的数学知识和许多研究者［包括约翰·惠勒（John Wheeler）、基普·索恩（Kip Thorne）、沃纳·伊斯雷尔、罗杰·彭罗斯和史蒂芬·霍金等］的睿智洞见，前面几章所描述的黑洞的现代理论图景在很大程度都是那时绘制的。与此同时，天文学家使用更灵敏的光学和射电望远镜更深入地观测宇宙，首次瞥见了X射线天空的样子。我们发现了两种全新的、在当时一无所知的天体——类星体和X射线双星，如今我们认为它们是黑洞的家。

X射线双星是一个恒星系统，由一颗普通恒星和非常邻近轨道上的一颗看不见的伴星组成，这颗伴星可能是白矮星、中子星或者黑洞。我们认为，从可观测恒星向其看不见的伴星进行的物质转移贡献了这些系统强烈的X射线辐射。

如果我们看不到伴星，我们又怎么知道它存在呢？答案是：借助光子的多普勒频移。多普勒频移源于可观测恒星的大气，是由双星的轨道运动引起的。原子和分子只吸收和发射特定波长（即谱线）的光子，这些谱线就成为特定原子或分子的一个独特又显著的特征。比如，钠气路灯之所以呈现明亮的黄色，是因为它发射的光子主要来自589.0纳米和589.6纳米这两条钠谱线。当天文学家观察一颗恒星时，他们可以看到这颗恒星大气中原子和分子的许多吸收谱线和发射谱线。如果这颗恒星是双星系统的一部分，那么由于恒星与其伴星相互绕转运动，这些谱线将周期性地交替发生红移和蓝移。这种周期性交替的红移和蓝移现象，与我们在第3章中讨论过的变焦－旋转轨道的相关现象是一样的。

好的，现在我们知道，尽管只能观测到其中的一颗星，X射线双星也是由两颗星组成的双星系统。但是我们怎么知道在某些双星系统——比如天鹅座X－1（Cygx－1，天鹅座中一个明亮的X射线双星系统）——中的伴星是黑洞呢？怀疑者也许会提出，这颗伴星可能只是一颗太暗淡以致看不清的恒星。要反驳这个观点很容易：这颗看不见的伴星太大了，因此不可能是一颗暗淡的恒星。为了具体说明这个简单的结果，我们需要借助一些额外的观测、开普勒轨道运动定律，以及恒星演化理论。首先，通过观测，我们不仅可以从多普勒频移中推断出这颗恒星处在一个双星系统中，还能得到其轨道的具体特性。谱线的振动周期恰好就是双星的轨道周期；多普勒频移在一个周期内的精确变化体现了轨道的椭率；频移的振幅则给出了恒星的最大速度的下限。（只在我们沿轨道侧面观察时，它才是实际的最大速度，然而天文学家只在极少数情况下才能推断出轨道倾角）。将这些观测值与开普勒轨道运动定律联系在一起，就可以给出双星系统中两颗星的质量之和的下限。如果我们能够计算出可见恒星的质量，就可以计算出看不见的伴星的质量。这就是需要用到恒星演化理论的地方。事实证明，一旦我们知道了恒星的表面温度和光度（这两者都可以通过直接观测来确定），仅凭恒星演化的常识就足以得出一个相当准确的质量估计。

恒星的一生都是由力的竞争来驱动的：向内的引力与向外的压力相互对抗。实际上，这个说法也适用于类地行星。但与行星不同的是，恒星的质量太大，以至于冷物质产生的压力不足以和引力相抗衡，更确切地说，至少在恒星的生命早期情况如此。(注)恒星是由一团主要为氢气的气体坍缩形成的。随着气体云的坍缩，其核心的压力和温度会逐渐升高，直至氢气开始发生核聚变反应。聚变以光子和中微子的形式释放出极大的能量，并进一步加热了气体云的核心，使它的热压高到足以让坍缩停止，一颗恒星就这样诞生了。从外表上看，恒星已达到了平衡，但其核心的化学成分还在不停地演化，并将氢燃料聚变成氦。至于核心的大部分氢被耗尽之后会发生什么，这取决于这

颗恒星的质量。我们不想在这里赘述过多的细节和可能性，但要注意的一点是，对于质量最大（10~100倍太阳质量）的一类恒星，它们的演化将会出现多个平衡阶段，被一个个的收缩过程间隔开，收缩会引起核心的温度和压力增加，直到新的核聚变反应开始。这个过程会一直持续到铁核形成。

在讨论恒星生命的最后阶段会发生什么之前，我们可以先回答这个问题：为什么恒星的表面光度和温度能够告诉我们它的质量？如果知道恒星的质量和化学成分，我们就可以用恒星结构方程来计算它的表面温度和光度。这里有很多技术细节，但基本原理如下：一颗更大的恒星需要更多的热压来对抗引力，因此会发生更多的核聚变反应，释放出更多光子，因此恒星也更明亮。恒星中心温度最高，越往外温度越低，表面的温度最低。表面温度取决于恒星的结构，但至少在最初的氢燃烧阶段，天文学家称之为主序星阶段，质量更大的恒星也有更高的表面温度。表面温度决定了我们看到的恒星的颜色。因此，通过对恒星的颜色和亮度的观测，天文学家可以做反演计算，来获得对恒星的质量和组分的估计。

天鹅座X–1中有一颗表面温度约为30000开氏度（29727摄氏度）质量约为20倍太阳质量的恒星。这么高的温度使得它在夜空中的颜色接近蓝色（尽管它距离地球很远，但你只需要一台很好的双筒望远镜或天文望远镜就能看到它），而且它的大小至少是太阳的10倍，这使它被划为一颗蓝超巨星。天文学家借助这些信息和对多普勒频移的观测来为它的轨道建模，由此推导出这颗看不见的伴星的质量约为15倍太阳质量。那么，为什么它一定是一个黑洞呢？答案依然来自恒星结构理论。正如我们之前解释的那样，大质量恒星的演化过程经历了燃烧核燃料的各个阶段，其释放的能量提供了足以对抗引力的压力。核反应会一直进行到铁核形成。铁核是最稳定的核，超过这个阶段的任何核聚变或裂变过程都需要能量。[注]在这一阶段，原子被完全电离，所有电子都悬浮在费米气体或简并气体中。物质的这种简并状态的一

个影响是，它可以产生相当大的压力（即使在零度时），即所谓的“简并压力”。对像太阳这样的质量较小的恒星来说，核聚变一旦停止，电子简并压力足以支撑恒星核心不会进一步坍缩（顺便说一句，对于质量较小的恒星，这种情况发生在铁核形成之前），最终它将以白矮星的形式结束自己的生命。

对大质量恒星来说，恒星演化的后期更富戏剧性。一旦铁核增长到超过所谓的“钱德拉塞卡极限”（Chandrasekhar limit），大约为1.4倍的太阳质量，电子简并压力就不足以支撑恒星核心，核心就开始坍缩。核心的温度和密度非常迅速地上升，同时高能光子开始分裂铁原子。在这个极端致密的环境中，自由电子和质子很容易结合成中子，中子气体开始迅速形成。因为中子是费米子，所以它们也能产生简并压力，并且比电子的简并压力大得多，足以阻止恒星核心的坍缩。实际上，这是一个相当迅速且猛烈的过程，会产生强大的冲击波穿过恒星向外传播。虽然其中的细节仍然是一个谜，但天文学家相信这是他们观测到的Ⅱ型超新星的开端。在这个过程中，恒星的大部分外层被吹走，但某些物质又落回核心，形成了一颗中子星。

与由电子简并压力支撑的恒星钱德拉塞卡极限类似，中子简并压力可以支撑的质量也有一个上限，有时被称为托尔曼－奥本海默－沃尔科夫（Tolman-Oppenheimer-Volkoff，简称为TOV）极限。中子星的密度极其大，其核物质的物理学目前还不太清楚，这就意味着TOV极限的实际值具有很大的不确定性。通过对中子星的观测，我们知道它至少是两倍的太阳质量。理论也告诉我们，如果我们做出一个看似合理的假设，即中子星中的声波传播速度不能比光速快，那么中子星不会超过三倍的太阳质量。如果有足够的物质被吸积到核心，使得中子星的质量超过TOV极限，中子星本身就会坍缩。坍缩或许会产生比核心密度更致密的、尚未被发现的核物质相，但只要这些新物质相中的声速低于光速，核心就不能超过三倍太阳质量。一旦超过这一极限，按照广义相对论的预测，一个黑洞将会形成。

让我们回到天鹅座X－1，我们知道这个双星系统中的伴星约为15倍的太阳质量。比它重得多的可见恒星（比如，天鹅座X－1中的可见恒星）当然存在，但由于这颗伴星不可见，所以它肯定不是由热过程支持的一颗普通恒星。然而，15倍的太阳质量已经远远超出了TOV极限。所以，我们推导出这颗伴星不会是一颗普通恒星、一颗白矮星、一颗中子星，或者由普通（重子）物质构成的类星体。

它可能是一颗由暗物质构成的“暗星”吗？暗物质是与普通物质之间的相互作用非常微弱（或根本没有）的假想粒子或粒子族。这就是为什么我们不能“看见”暗物质，它与电磁场之间的相互作用太弱，无法产生足够多的可见光子。暗物质假说早在几十年前就已经出现，主要用于解释下面的观测：在银河系及更大的尺度上，天文学家看到恒星和星系的运动就好像受到了一个很强的引力牵引，而这个引力比所有已知形式的周围物质（比如恒星、尘埃、气体、光、中微子等）产生的引力都要强得多。我们不知道是什么产生了这种反常的力，但至少在今天，许多科学家都打赌它是某种形式的暗物质。在这种推测的基础上，暗物质可以聚集在一起形成暗的、致密的天体，天鹅座X－1中的不可见伴星可能就是其中之一。然而，暗物质假说本身并没有排除黑洞的存在（事实上，有些人提出黑洞就是暗物质），所以人们不得不对其他猜想进行整理，尝试回答像天鹅座X－1这样的双星系统中隐藏的是什么之类的问题，并确认“暗星”是理论上合理且可能的答案。

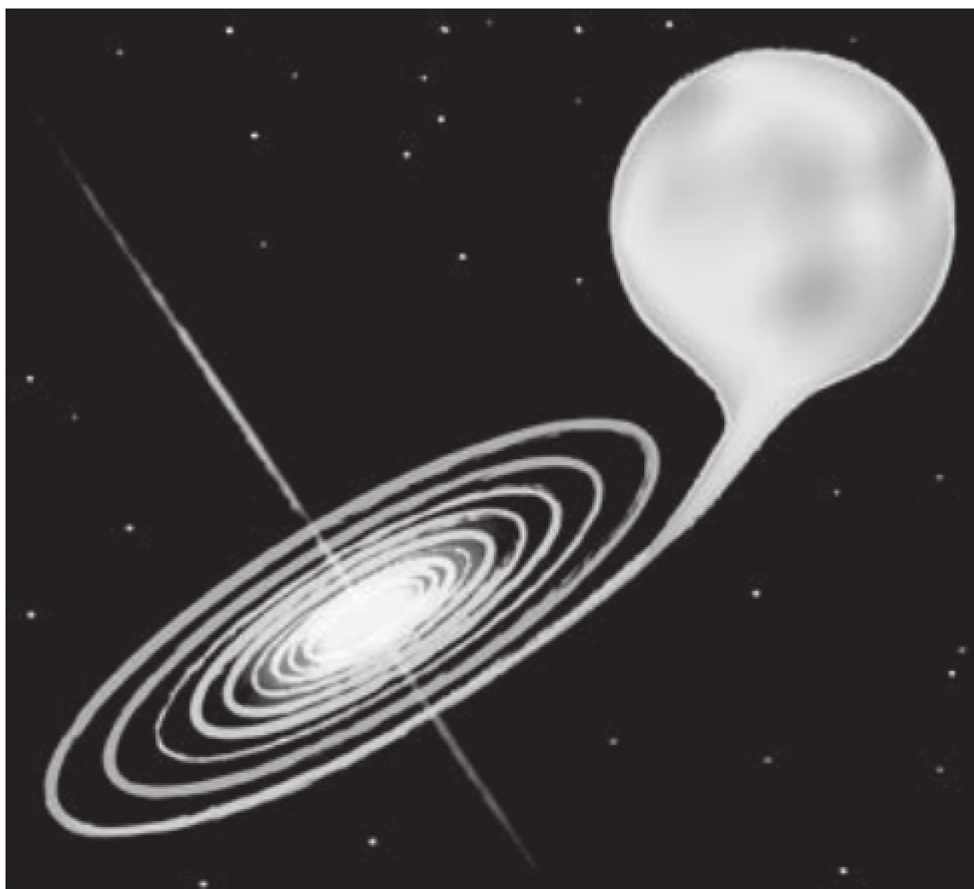


图5-1 一个黑洞－恒星双星系统可能的样子，比如天鹅座X－1。其中恒星的半径可达数百万千米，而潜伏在吸积盘中心的黑洞半径最多只有几百千米。因此，最内稳定圆轨道（大部分X射线辐射产生的地方）之外的吸积盘内区在这幅图的尺度上是不可分辨的。由黑洞自旋驱动的物质喷流从吸积盘内区发射出来

还有其他证据表明，天鹅座X－1中看不见的伴星确实是一个黑洞。其中最令人信服的证据来自伴星附近明亮的X射线辐射。尽管可见恒星的确发射了一些X射线光子，但其数量并不足以解释可观测的X射线光度。如果这颗伴星是一个黑洞，那么因为它足够接近恒星，它就能够从星风中捕获大量的气体和尘埃。这些物质会在黑洞周围形成一个鼓胀的吸积盘，但由于物质的黏滞性和磁场的作用，这些物质将慢慢地向黑洞方向移动，直至到达最内稳定圆轨道。回想一下第3章，最内稳定圆轨道是任何沿测地线运动的粒子可以环绕黑洞而不会落入其中的最内轨道。对于一个不旋转的施瓦西黑洞而言，最内稳定圆轨道

是事件视界半径的三倍；但对于一个自旋黑洞来说，最内稳定圆轨道会更靠近视界。对于达到最大旋转的克尔黑洞而言，最内稳定圆轨道最终将和视界重合。气体在到达最内稳定圆轨道后，会迅速落入黑洞。因此，黑洞不断地吸积物质，它周围的物质盘被称为吸积盘。在向内移动到最内稳定圆轨道的漫长过程中，气体被加热。加热的能量来自气体向黑洞移动时释放的引力势能。㊟越靠近黑洞，气体就越热，这意味着被发射出去的光子的平均能量也越高。因此，最高能量的光子来自最内稳定圆轨道附近。由于最内稳定圆轨道的大小与黑洞的质量有关，所以从吸积盘发射出去的最高能量的光子也是表示黑洞大小的指标之一。对于几倍太阳质量的黑洞，比如我们认为存在于天鹅座X－1中的那个黑洞，最内稳定圆轨道附近的光子发射对应于X射线辐射。而且，吸积盘上不规律的物质流会导致X射线亮度的变化，这被称为准周期振荡（quasi-periodic oscillations）。这些振荡的最短时标对应于最内稳定圆轨道处的粒子轨道周期，恒星质量黑洞的振荡频率大约是几百赫兹（对应几毫秒的振荡时标）。在天鹅座X－1和许多其他可能的X射线双星黑洞中，人们都观测到了准周期振荡现象。

为什么伴星是一个黑洞这个问题的答案（它的质量太大了，不可能不是黑洞）就是这么简单，正如我们解释过的那样，它依赖于一条长长的理论论证链条。其中一些理论观点已经很好地被观测和实验（核密度以下的恒星演化）所证实，另外一些则仍不确定（比如核密度的物质性质）。其中有一种观点很有可能是正确的，但还只是猜想（即不存在能够发射X射线的大质量、致密的暗物质“恒星”），因此更保守的说法是，像天鹅座X－1这样的大质量X射线双星的观测特性与黑洞解释是一致的，而且目前没有人能在常规的、经过充分验证的理论框架下提出另一种可能的解释。在2015年9月14日之前，对于黑洞的物理实在来说，这是一个我们能提出的最好的观点。然而就在那天，LIGO探测到的两个黑洞合并事件改变了一切。科学永远不能对诸如此类的事件做出100%的确定性陈述，但在引力波中观测到的碰撞，彻底排除了所有只依靠真空广义相对论的特性，并用非引力理论来解释天

鹅座X－1（或者是我们接下来要讨论的类星体）的论证方法。我们将在第6章中更全面地介绍这次激动人心的观测，可以说，它实际上建立了一个新的天文学分支。

自20世纪60年代后期以来，关于宇宙中存在第二类黑洞的证据一直在稳定地增加。也就是说，人们首次将黑洞与类星体联系在一起。“类星体”一词创造于20世纪60年代，源于“类恒星天体”这个词。那时，这个词的意思是：“我们不知道这些东西究竟是什么，但它们确实很明亮。”而我们现在认为类星体就是活动星系核（active galactic nuclei），活动星系核是星系中心黑洞附近的一个充满物质的区域，物质被卷入黑洞时会发出大量辐射。类星体是极其明亮又极其遥远的天体，距离地球有几十亿乃至几百亿光年之遥。要了解这个距离有多远，可以想一下我们的银河系的直径约为10万光年[注]。类星体远比一个拥有数十亿颗恒星的星系明亮，它中心的黑洞被认为有几百万倍乃至数十亿倍的太阳质量，被称为超大质量黑洞。因此，从某种意义上说，类星体甚至比LIGO发现的第一例黑洞合并事件还要令人惊叹，这次合并仅从黑洞中抛出了相当于三倍太阳质量的能量，而两个黑洞合并后约为65倍的太阳质量。然而，在十分之几秒的时间内，三倍太阳质量的能量就从合并的黑洞中爆发出来。想象一下，如果合并的是两个超大质量黑洞，可能会发生什么？

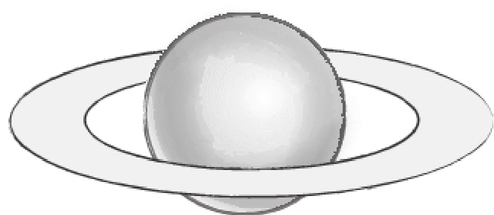
与X射线双星一样，我们应该谨慎地对待类星体的中心就是黑洞这个观点。这个说法可追溯到1969年，当时英国天体物理学家唐纳德·林登·贝尔（Donald Lynden Bell）意识到，只需假设黑洞供能，便可以解释活动星系核的光度，他还风趣地用“施瓦西喉”（Schwarzschild throat）一词来代替“黑洞”一词（这个词是约翰·惠勒于几年前提出来的）。林登·贝尔提出的解释类星体辐射的机制，与天鹅座X－1中的X射线辐射的来源相同，即吸积盘。而活动星系核的不同之处在于，由于黑洞更大，源自吸积盘的光度会在更长的波长处达到峰值，所以它们在电磁波谱的射电到光学部分更为明亮。更

大尺寸的黑洞也解释了在类星体辐射中观测到的几分钟或几个小时的振荡时标，它类似于我们在天鹅座X－1中看到的几毫秒的准周期振荡，但因为超大质量黑洞的最内稳定圆轨道更大，相应地，周期也更长。附近星系的气体和尘埃，以及因太靠近黑洞而被潮汐力撕裂的恒星，都为超大质量黑洞的吸积盘贡献了“食物”。总的来说，黑洞的吸积盘每年消耗的物质可达数十倍甚至数百倍的太阳质量。因此，是由吸积盘而非黑洞本身产生了光。它们是年轻星系的明亮灯塔，我们今天看到的它们发出的光通常产生于数十亿年前。

乍看之下，我们可能会惊讶于吸积盘竟然能够提供如此强大的能量，使类星体发出的光比星系中所有恒星的光加起来还要亮。这种能量来自环绕黑洞的物质的引力势能，它和我们每天在地球上接触的引力势能是一样的。比如，我们在水力发电厂中使用的能量就是引力势能。水从地势较高处向地势较低处流动，引力势能随之降低，发电厂将水失去的引力势能转化为电力，以维持我们的照明。类星体与之类似，但类星体的功率相当于大型水力发电厂的10^{30}倍。对于黑洞而言，当物体从远处掉落到最内稳定圆轨道处时，我们用占物质总静能（$E=mc^2$）的比例，来有效地描述转化为其他形式的势能的多少。这个比例取决于黑洞的自旋，因为最内稳定圆轨道的位置也与自旋相关。非自旋黑洞的这个比例是6%，而最大自旋的黑洞能达到42%。[注]这个数字相当高，相比之下，从100米高的山上流下来的水中可获得的能量，仅是静能的百万亿分之一。[注]我们目前可利用的效率最高的能量是铀裂变反应堆产生的核能，但就算耗尽反应堆中的所有铀燃料，至多只能释放出不超过0.1%的静能的能量，与理论上黑洞吸积盘释放的能量相比，前者不过是很小的值。我们认为，大多数活动星系核能够释放接近最大可能效率的能量。主要原因在于，当气体被加热并开始释放出大量能量时，热压力变得足以抵抗气体内流，而且一部分气体会被星风吹走。

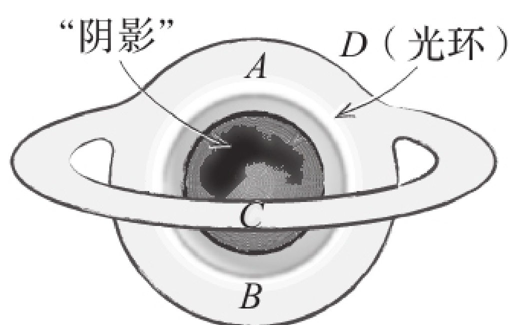
随着黑洞的概念被接纳，天文学家也开始用黑洞来解释类星体的性质。一个问题自然而然地出现了：那些没有活动星系核的星系是否仍然拥有超大质量黑洞呢？事实上，林登・贝尔在他1969年的论文中提出了这种可能性。由于没有活动星系核的星系吸积盘没有太多的气体，所以它们将会处于休眠状态，不会发光。对附近的星系而言，我们可以测量星系核心区附近恒星的多普勒频移平均值。由此推断出的轨道动力学表明，在所有较大星系的中央，事实上都存在超大质量黑洞。我们的银河系亦如此，银河系中心距离地球足够近，所以我们可以分辨出银心附近的几个独立的恒星轨道。这些恒星显然是在环绕一个黑洞运行，这个黑洞的质量大约是400万倍的太阳质量。就超大质量黑洞的尺度而言，它属于较小的一类，但与银河系的大小相匹配（更大的星系里往往有更大的黑洞）。这个黑洞的位置与位于人马座中的明亮射电源一致，被称为人马座A^*（Sagittarius A^*）。人马座A^*的辐射被认为来自黑洞周围的吸积盘，但与活动星系核相比，人马座A^*非常暗淡，肯定处于休眠状态。

与恒星质量黑洞不同，关于超大质量黑洞是如何形成的，目前还没有被普遍接受的理论。一种可能的解释是，它们是由在大爆炸（大约发生于140亿年前）的几亿年后诞生的第一代大质量恒星坍缩而成的。这些黑洞最初的质量是太阳质量的10~100倍，在新形成的星系中心“定居”下来之后，它们又通过吸积气体和与其他黑洞合并而增大。但是，解释一些非常遥远的类星体的观测，是这个假说面临的一大挑战。我们今天看到的类星体的光来自大爆炸的大约10亿年后，这意味着超大质量黑洞在那时就已经存在了。吸积/合并假说很难解释，黑洞是如何在宇宙学上的短短几亿年内长到如此巨大的。另一个假说提出，现在的超大质量黑洞的种子可能来自宇宙的更早时期（甚至在大爆炸及其之前）。这类假定存在的黑洞被称为“原初黑洞”，目前还没有完全令人信服的理论能解释它们的形成机制，也没有相应的观测证据。



在牛顿引力理论中环绕一个球状天体的盘（比如，土星）

一个黑洞
（比如，电影《星际穿越》中的“卡冈图雅”）



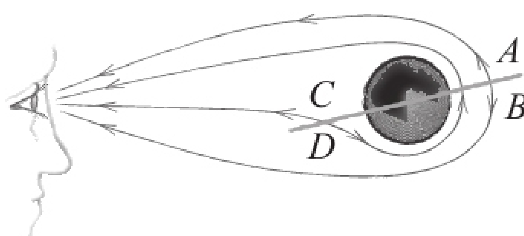


图5-2 黑洞的“阴影”。在牛顿引力理论（上图）中，来自大质量天体的盘的光线不会偏折，我们可以看到盘未被遮挡部分的图像并没有变形。而在黑洞（下图）周围，时空曲率如此之大，以至于光路被严重地弯曲，盘的所有部分都可见。这些弯曲光线中的一些光路如右下图所示，它们形成了左下图的图像

我们将简要地介绍一个名为“视界面望远镜”的激动人心的天文项目，以此来结束这一章。该项目已经开始提供银河系黑洞“阴影”的图像，以及相对较近（距离地球5000万光年）的M87星系中超过10亿倍太阳质量的黑洞图像。这两个黑洞的特殊之处在于，它们的施瓦西半径的角尺寸比任何已知的黑洞都要大。对于人马座A^*来说，这是因为它（相对而言）离我们非常近，而对M87来说，则是因为它本身就非常巨大。视界面望远镜实际上是全球各地协同观测的射电望远镜的集合。当它们同时观测同一射电源时，可以利用一种类视差效应（我们称为“干涉测量”的技术），来有效获得相当于地球大小口径的望远镜应具备的角分辨力。这样一来，它们就能分辨天空中尺度非常小的结构，为了看清黑洞视界面我们需要做到这一点。比如，人马座A^*的事件视界的角尺寸只有60微角秒[注]。要辨认出这个特征，就如同在地球上看清月球表面上的一枚硬币的图案！这种干涉测量技术无法赋予

望远镜像假想的地球尺寸的望远镜那样的集光力（它们的集光面积仍然只等于它们总的表面积），但对于观测人马座A*和M87而言，分辨力更加重要。当然，它们不能“看到”任何一个黑洞本身，但它们会看到黑洞周围吸积盘发出的光。这些光（大部分）会遵循黑洞时空的测地线，但正如我们在第3章和第4章中看到的那样，视界面附近的时空扭曲如此剧烈，以至于光子的轨迹会极其弯曲，有些甚至会在逃向我们之前，绕黑洞光环运动好几圈。其结果是，吸积盘看起来严重变形。除了标志着光环位置的一个亮环外，吸积盘图像内部的环状部分显得比较暗（即“阴影”），这个区域约为施瓦西半径的几倍大。如果我们沿侧面观察这个吸积盘，吸积盘离我们较近的一端将穿过这个阴影。而且，我们实际上能够在阴影的上方和下方看到黑洞背后的那部分吸积盘，这也是因为光线被弯曲了。

---

1. 你可能会反驳说地球并不冷，它的内核温度约为6000开氏度（5727摄氏度）。这的确是事实，然而，地球并不需要靠热压来支撑它的质量。就算让地球冷却到绝对零度，它仍然会拥有足够的静电和电子简并压力来平衡引力。

2. 铁元素的常见形式共含有56个质子和中子，在所有元素中，铁核具有最小的静止质量。实际上，共含有62个质子和中子的镍同位素具有更大的结合能。但要知道为什么普通的铁元素比镍－62的含量更丰富，我们还需要对恒星演化进行详细一点儿的解释。不过对我们来说，重要的是了解铁族元素拥有最稳定的原子核，并且是聚变过程的自然终点。

3. 这与我们在第4章讨论轨道时提及的势能一样。区别在于，在逐渐靠近黑洞的过程中，气体分子由于势能减少而获得的动能是均匀分布的。这种均匀分布通过气体和附近分子之间的碰撞得以实现，最终使气体温度相应升高。这种引力势能和在地球表面的不同高度处的物体具有的能量属于同一类型；我们将在后文中更详细地讨论这个问题，以及它与吸积盘之间的关系。

4. 1光年≈9.5万亿千米。—编者注

5. 值得注意的是，这种引力势能与利用彭罗斯过程从黑洞自旋中提取出的能量是不同的。对吸积盘而言，旋转黑洞之所以能释放更高比例的能量，是因为自旋使最内稳定圆轨道更靠近视界。随着气体向内迁移到最内稳定圆轨道，可以利用的引力势能就越多。一旦到达最内稳定圆轨道，物质就会迅速落入黑洞，这个速度如此快，以至于它获得的动能根本来不及加热周围气体。

6. 然而，如果我们进行一个思想实验，让地球坍缩成一个黑洞，那么它的最内稳定圆轨道将距离中心仅仅几厘米。让水从100米的高度向下流到这个半径处，同样会产生相当大比例的能量。

7. 1微角秒=10^{-6}角秒。—编者注

第6章 黑洞碰撞

在本书的第3~5章中，我们关注的是彼此孤立的黑洞。我们对超大质量黑洞周围的恒星轨道，以及黑洞周围吸积盘的形成方式非常感兴趣，因为这些现象为我们提供了黑洞存在的最好证据，或者说在LIGO探测到两个黑洞碰撞产生的引力波之前的最好证据。这次碰撞发生在10亿多年前，以光年为单位，距离我们也是相当遥远。[注]在本章中，我们将解释这一重大事件背后的理论：什么是引力波？为什么黑洞会碰撞，并产生引力波？为什么从爱因斯坦发表广义相对论起，科学家花了100年才第一次直接探测到引力波？

黑洞碰撞可能是广义相对论领域最猛烈的事件。虽然宇宙起源时的大爆炸无疑更富戏剧性，但要描述时间的开始，我们还需要比广义相对论更大的理论。物理学家仍在寻找正确的理论框架，以充分解释宇宙大爆炸。不过，黑洞碰撞并不需要这样的大理论，有爱因斯坦方程$G_{\mu\nu}=8\pi G_N T_{\mu\nu}/c^4$就够了。事实上，对于许多黑洞的碰撞，我们或许还可以忽略应力－能量张量（Stress-energy tensor $T_{\mu\nu}$，在不存在物质的情况下，$T_{\mu\nu}$为零），因为黑洞之外物质的总能量相比黑洞自身的静能是微不足道的。因此，为了描述黑洞碰撞，我们只需要求解一个看起来极其简单的方程组：$G_{\mu\nu}=0$。一幅著名的爱因斯坦的图片（图6－1）展示了他正在写下一个等价方程：$R_{\mu\nu}=0$。在这里，$R_{\mu\nu}$是所谓的“里奇张量”（Ricci tensor），与爱因斯坦张量（Einstein tensor，$G_{\mu\nu}$）紧密相关，在不存在物质的情况下它和爱因斯坦张量是等价的。爱因斯坦对下标i和k的选择只是偏好问题，他也可以写成$R_{\mu\nu}=0$。

我们在前文中讨论过爱因斯坦场方程，但在我们开始讨论黑洞碰撞之前，仍然有必要花点儿时间回顾一下这个场方程所描述的物理直觉。简言之，场方程给出了物质告诉时空如何弯曲这个观念的数学形式。如果没有物质，场方程所允许的时空将会是什么样子？其中一个例子就是完全没有曲率的时空。换句话说，完全平直的时空是真空爱因斯坦场方程的解，但它不是唯一解。事实上，真空场方程允许的另一个时空的例子就是孤立的黑洞。正如我们所了解的，在黑洞视界内部，可能存在奇点或其他奇异的特征，使得应力–能量张量不为零；但在视界之外，则可能没有任何物质。我们不应该过于在意黑洞内部的情况，因为没有任何内部信号能够到达我们。所以最简单的观点是，即使在不存在物质的情况下，孤立黑洞也是时空弯曲的例子。相互绕转的黑洞提供了真空场方程解的又一个例子。最终，一对相互绕转的黑洞将会旋近并合并为一个快速自旋的克尔黑洞，这就是2015年9月14日LIGO探测到的事件。

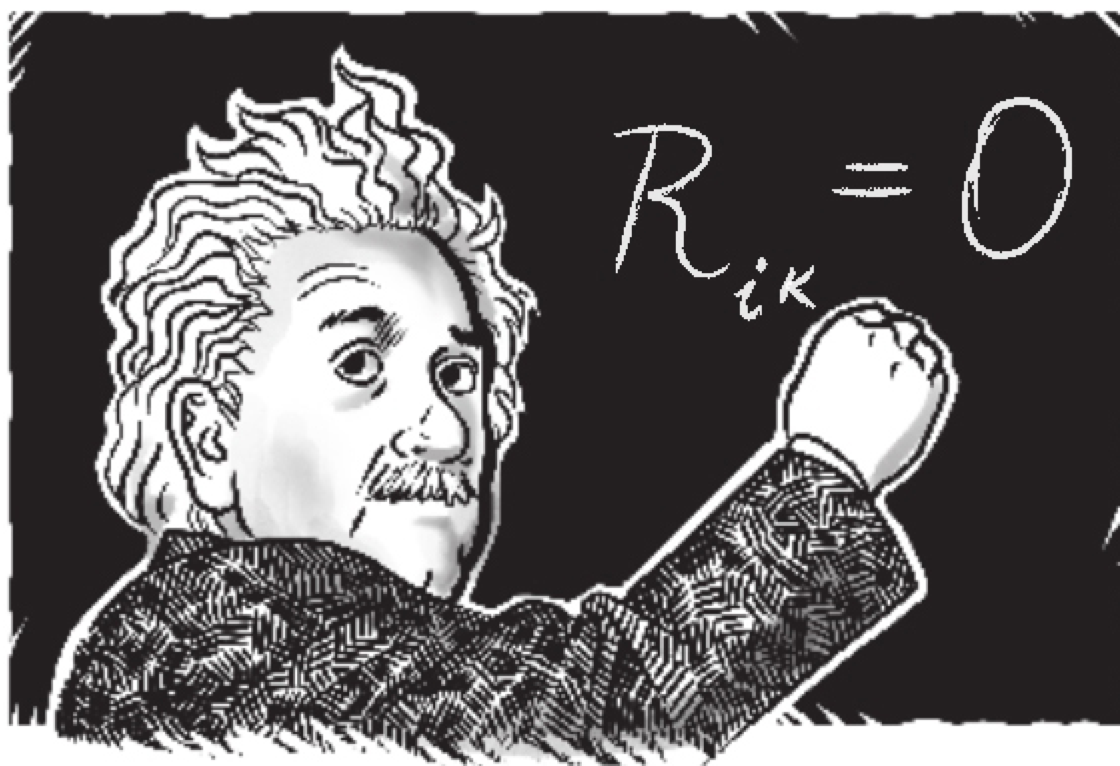


图6-1 爱因斯坦写下广义相对论的真空场方程，这是在不存在物质的情况下爱因斯坦场方程的一个特例

真空场方程的一类更重要的解是引力波几何。正如我们在第1章中解释的那样，我们应该用类似麦克斯韦描述光的方式来理解引力波。回想一下，光是电场和磁场的行波，电场的空间变化引起磁场的时间变化，反之亦然，并且两者都遵循麦克斯韦方程组。通常我们认为电场因电荷的存在而产生，而磁场则由于电流的存在而产生。但从光的角度看，电场和磁场一旦被创造出来，就会不断地传播，或者至少在遇到吸收或散射它们的某种物质之前是这样。引力波与之相似：平直时空度规的扰动将永远传播下去，根据真空场方程，度规的空间变化也会引起时间变化。

让我们进一步探求引力波与光之间的相似性。电磁波是由加速运动的电荷产生的，比如，无线电塔沿着导体来回传输高频交流电，这些电流（加速运转的电荷）是电场和磁场产生的首要原因，它们向外传播，并被某台无线电设备接收到。射电与光的确是同样的东西，只不过波长较长，原则上可见光也可以通过类似的电荷加速运转产生。同样地，引力波是由物质的加速运转产生的。在引力系统中加速的一种常见形式是圆形轨道的向心加速度。我们在第2章结尾提过这样的例子，由于两颗星相互绕转的轨道运动，双星系统会产生引力辐射，被这种辐射带走的能量导致了两颗星的轨道很明显的旋近。所以，彼此旋近的黑洞系统也应该发出引力辐射，这大概就不足为奇了。然而，从哲学的角度看，引力辐射源自一个什么也没有的空的（即它是真空场方程的解）空间系统，这是非常令人吃惊的。这引出了我们之前提出的一个观点：引力自身受到引力作用。

LIGO探测到的引力波时常被比喻为声音，众所周知的是，LIGO团队的负责人将他们听到的啁啾声和砰砰声比作“宇宙的音乐”。这个类比既令人振奋又很形象，但在这里我们想强调引力波和声音到底有什么不同之处。声音是空气中的压缩波，这意味着声波是由在空气中传播的高压和低压的交替区域组成的。单个空气分子不停地做杂乱无章的热运动，但在这种复杂的随机运动之上，当空气分子被高压区域

向前压，平均而言声音就会使空气分子靠近听众一点儿，随后低压区域又会将它们往回吸，使它们稍微远离听众。这是纵波的一个例子，其中“纵”是指构成波的内部运动和波的传播方向沿着同一轴线。与之相反，横波的一个日常例子是，沿水平方向拉紧的一条绳子上的波。如果我们上下晃动绳子的一端，就可以看到一种上下的扰动在沿着绳子传播。其中“横”是指构成波的内部运动（在绳子的例子中是上下运动）与波的整体运动（在这个例子中是水平运动）在方向上互相垂直。引力波（以及光）是横波，一个有意思的相关现象是，在一个完美的球形外壳中，所有物质加速向外运动的爆炸，根本不会产生引力辐射。[注]试图用这种方式产生引力波，就好比只拉紧绳子但不让其向上或向下振动，却想制造上下振动的横波。声音则表现得非常不同：爆炸的球形外壳会产生非常巨大的声音，这是因为爆炸形成了和声音的自然传播方向相同的向外传播的运动。

声音和引力波之间更基本的区别在于，声音的传播需要媒介，通常是空气，也可以通过水或固体材料传播。但是，声音不能穿过真空，光和引力波却可以。根据现代的观点，时空是引力波的媒介，这与物质为声波提供媒介的方式非常相似。从这个角度看，将引力波与声音区分开的实际上是引力波的横向特征，而不是物质介质的存在与否。

引力波的横波特性对引力波探测器的设计至关重要。因此，让我们仔细思考一下引力波是什么样子。为了形象地描述它们，请想象引力波垂直向下朝着位于路易斯安那州利文斯顿的LIGO探测器而来。引力波只是时空度规的扰动，因此它们能做的也只是改变距离。为了准确地理解这一点，想象在LIGO探测器的位置上，你建立了三维立方体网格测量设备，这些设备上都有同步的时钟，它们通过交换光线就可以追踪彼此之间的空间距离如何随时间变化。（如果预算允许，LIGO团队的科学家也许就能精确地做到这一点！）如果没有引力波，设备组态将保持稳定。当引力波击中它们时，又会发生什么呢？你首先要

明白的一点是，垂直距离根本不会改变，那是因为引力波是横波，我们想象中的引力波是垂直向下的。然而，在南北的水平方向上，设备之间的距离将先增加到某个最大分离量，然后减小到一个最小分离量，在引力波经过的每个周期都如此。在东西方向上，我们将观测到相同的距离变化，但与南北方向的相位完全不同。换句话说，引力波在“拉伸”南北方向空间的同时，将“压缩”东西方向的空间，反之亦然。

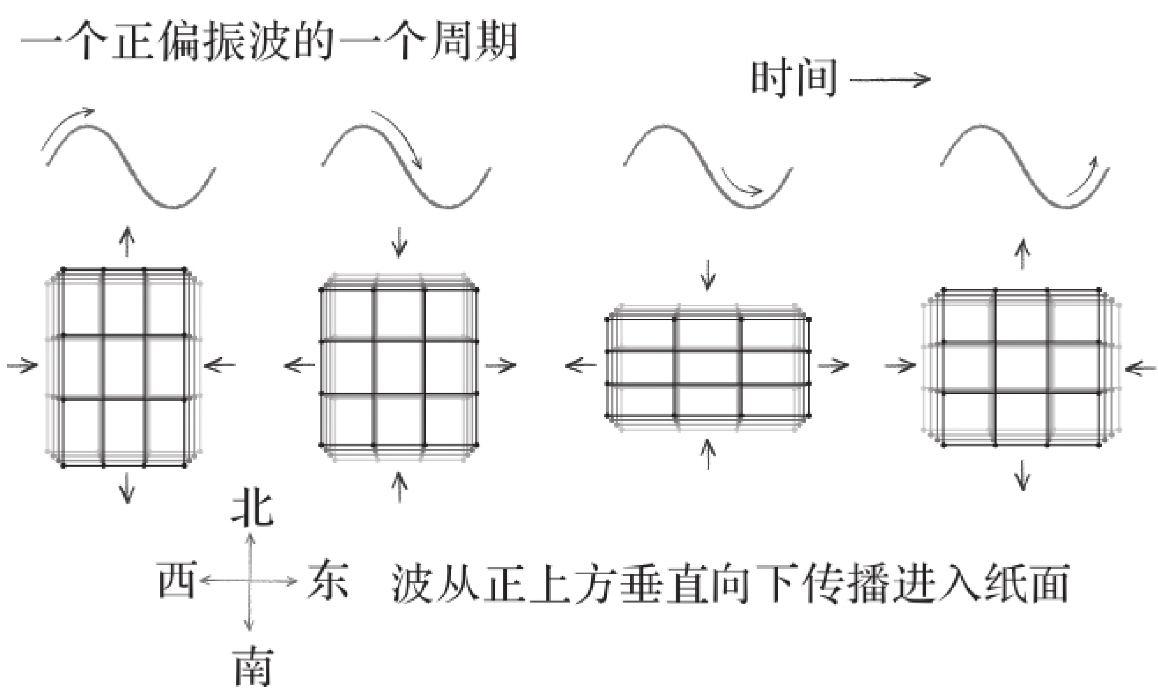


图6-2 经过的引力波对立方体网格的影响。我们可以想象安放在网格的每个点上的探测器，它们测量了网格的距离如何随时间变化

利文斯顿的LIGO探测器比我们在这里想象的立方体网格测量设备要简单得多。它的一条干涉臂，从中央设施向南偏东一点儿的方向延伸出去4千米，它的另一条干涉臂向西偏南一点儿的方向延伸出去4千米，两条干涉臂相互垂直。干涉臂的准确方向对于我们的讨论来说并不重要，所以在接下来的讨论中，我们会假设它们分别朝着正南和正西。LIGO实际上就像前文中想象的测量设备一样，它由三台测量设备组成，一台在中央设施里，另两台分别在两条臂的末端，LIGO并非一

个理想化的设施。但是，LIGO采用的精密激光干涉测量法被视为一种理想化的方式，通过让这三台测量设备相互交换光线来追踪它们之间的距离随时间的变化。实际上，LIGO并不追踪绝对距离，而是追踪两臂之间的距离随时间的变化。简言之，LIGO测量的时空远小于我们设想的测量装置的立方体网格，但足以探测前文中所述的引力波的拉伸－压缩模式。

现在，假设引力波沿东北－西南轴线拉伸时空，同时沿着西北－东南轴线压缩时空。我们有理由相信，这种类型的引力波一定和我们之前关注的那个同样普遍。我们可以将沿南北和东西方向对齐的拉伸－压缩模式描述为正（+）偏振波，将沿西北－东南与东北－西南轴线的模式称为交叉（×）偏振波。这些名字来自拉伸－压缩模式与符号+和×的相似之处。换句话说，正偏振波是交叉偏振波旋转45度后的版本。

现在，一个令人震惊的事实是：利文斯顿的LIGO探测器无法探测交叉偏振的引力波！这是因为这种模式并不会改变两条干涉臂之间的距离。当交叉偏振波经过探测器时，两条干涉臂之间的夹角会先增加然后减小，但这个幅度太小以至于不可测量。幸运的是，大多数引力辐射既不是纯粹的交叉偏振波，也不是纯粹的正偏振波，而是两者的叠加。所以，利文斯顿的LIGO探测器对两种可能的偏振波的灵敏度并不像它乍看上去的那么高。回想一下，我们只讨论了来自上方的引力波，但引力波肯定会或多或少地向各个方向传播。利文斯顿的LIGO探测器对引力波的灵敏度，实际上随着引力波的方向和偏振模式而变化，汉福德的LIGO探测器也如此。这与老式的兔耳电视天线的情况差不多，有时需要经过精密的调整才能获得最佳信号。

最后，两台LIGO探测器的测量对象是非常简单的，即两臂间距的差异。但是，这个测量结果可以达到惊人的精度。比如，当LIGO探测器达到最终设计的灵敏度时（预计在2018—2020年），它们将能够测

量小到10^{-19}米这样的距离变化，这仅是质子大小的万分之一！像这样令人难以置信的精确性是必要的，因为由引力波造成的时空拉伸和压缩都极其微小。比如，水星绕太阳的轨道运动也会产生引力波，但LIGO探测器无法测量到，因为它们太弱了，而且频率太低了。在2015年9月14日之前，没有任何测量设备灵敏到能探测出任何引力波。通往首次探测成功的道路是漫长且艰苦的，世界各地的许多科学家花费了几十年的时间建造更灵敏的引力波探测器。现在，在引力波天文学时代的黎明降临之际，LIGO探测器也只能探测到像黑洞合并这样的灾难性事件。我们希望随着引力波探测器灵敏度的提高，最终能够捕捉到更多微弱的引力波信号。因此，引力为我们提供了一个矛盾的研究课题：它的力量足够强大，可以征服一切其他事物，形成黑洞，但它又如此微弱，就连像中子星碰撞[注]这样可怕事件的引力波也无法被我们最灵敏的测量设备感知。

让我们停下来思考一下迄今为止我们学到的关于黑洞碰撞及探测的知识。我们所做的“一切”都是研究真空爱因斯坦场方程$G_{\mu\nu}=0$的解，从这个意义上讲，这是一个简单的问题。但问题是，在实践中，这些方程非常难以求解，我们接下来会解释原因。我们感兴趣的解描述了黑洞互相旋近并发出引力辐射的过程，这种引力辐射在时空中传播，作为时空的变形被LIGO探测到。在一个方向上距离将被微弱地压缩，同时在与其垂直的方向上距离会被微弱地拉伸，然后第一个方向上的距离又被微弱地拉伸，同时在第二个方向上距离也被微弱地拉伸压缩。接下来，我们要做的就是更全面地介绍黑洞碰撞的过程中发生了什么，以及如何将广义相对论对它们的描述转化为LIGO探寻引力波事件的实用方法。

第一次听到“黑洞碰撞”这个词时，人们会很自然地联想到两个互相靠近的黑洞向着对方疾行最后迎头相撞的画面。这是有可能发生的，并会产生大量的引力辐射，但我们认为这是非常罕见的事件，因为黑洞并非在宇宙中普遍存在（这对我们来说是一件幸事！），与它

们的大小相比，它们之间存在很大的空间距离。即使在一个拥挤的环境（比如一个球状星团）中，其核心也可能包含数百个黑洞。即使最近的“邻居”之间的平均距离只有一个光月这么小，这种碰撞可能也要每10亿年或更长时间才会发生一次。这是因为两个黑洞在随机的碰撞过程中发现彼此是非常不寻常的事件。

更常见的情况是，恒星双星系统中的恒星质量都足够大，以至于它们在生命的尽头都坍缩成黑洞，从而形成双黑洞系统。这些黑洞虽然不会立即发生碰撞，但它们最终注定如此，因为它们没有足够的速度去摆脱相互之间的引力作用。最初，它们只是在轨道上彼此绕转。为了明确地进行讨论，我们假设这两个黑洞与产生2015年9月14日被LIGO观测到的引力波信号的那一对黑洞类似，每个黑洞都是32倍的太阳质量，它们的初始距离是38.4万千米，这也是地球和月球之间的平均距离。我们还假设这两个黑洞都没有明显的自旋，当它们相距甚远时，每个黑洞都可以很好地用施瓦西解来描述。每个黑洞都有半径为95千米的球形事件视界。然后，由于引力辐射导致的能量损失，它们的轨道将缓慢地旋近，直至视界发生接触，这一过程总共需要大约210年。两个黑洞最初相距越远，旋近需要的时间就越长。事实上，这个时标是初始间隔距离的四次方。换句话说，如果相同的两个黑洞最初相隔两倍的距离，那么它们将花费16倍的时间来完成旋近过程。这种比例关系也使得如下论述更加精确：旋近刚开始时是缓慢的，随着黑洞彼此越来越接近，它也变得越来越快。LIGO第一次发现的双黑洞系统，其旋近的早期阶段可能持续了数十亿年。正如我们即将讨论的那样，LIGO探测到的旋近最后阶段只持续了几毫秒。

我们讨论的双黑洞系统发出的引力波频率是轨道频率的两倍。这个频率随着旋近的进程由小到大不断增加，反映了随着双黑洞之间的距离越来越近。绕转速度也越来越快的事实。引力辐射的能量损失会引起轨道运动逐步加快，这一点似乎是违反直觉的。其原因在于势能

和动能的平衡：随着两个黑洞越靠越近，它们的引力势能下降得如此之快，以至于它们能够在发出引力波的同时增加它们的动能。

递增的频率对LIGO搜索黑洞碰撞事件而言是非常重要的，LIGO对30~1000赫兹范围内的引力波频率敏感。就声波而言，这处于人类的听觉范围之内，因此尽管我们讨论了横波与纵波的区别，但LIGO团队的科学家称自己是在倾听宇宙产生的引力波声音也是适宜的。前文中假设的双黑洞系统旋近的声音在它们相距990千米处达到30赫兹（低沉的隆隆声），这仅是合并之前的290毫秒。在这个阶段，黑洞以每秒47000千米的速度彼此绕转，这个速度比光速的15%多一点儿。频率迅速增加，合并开始时频率达到190赫兹左右（接近中间C调之下的G调，在正常说话声音的频率范围内）。此时，这两个黑洞的绕转速度已经接近每秒86000千米，差不多是光速的1/3。两个事件视界合并为一个单一结构，形状看起来就像一个旋转的花生壳。

读者可能会想到，我们讨论的频率（从几十到几百赫兹）只比天鹅座X－1黑洞的准周期振荡频率稍小。这之间有什么联系吗？确实有！回想一下，几百赫兹的频率范围对应几毫秒的时标，表征了从天鹅座X－1黑洞的吸积盘发出的X射线变化的最短时标。其原因在于，这个时标对应的是天鹅座X－1中心的黑洞的最内稳定圆轨道处的粒子轨道周期。相似地，一个稍小的频率范围，则对应一个稍大的时标，表征了在合并时刻两个各有32倍太阳质量的黑洞的疯狂绕转。

一旦事件视界合并，基于无毛定理，我们凭直觉就可以知道接下来会发生什么：高度不规则的花生壳形状的黑洞将稳定下来，成为稍扁平的球状克尔黑洞。这个过程被称为“铃宕”，它最初是相当剧烈的。许多不同频率的引力波都是在铃宕期间发出的，其中最强的频率为300赫兹（接近中央C调之上的D调）。这个铃宕波会迅速衰减，它的振幅每过8.6毫秒便下降为上一次的1/10。因此，合并后的8.6毫秒时振幅降至合并时的1/10，合并后的17毫秒时振幅降至合并时的1/100，

合并后的26毫秒时振幅降至合并时的1/1000，等等。然后，在几分之一秒内，合并后的黑洞就会稳定，成为一个完全静态的克尔黑洞。

总而言之，在双黑洞的整个演化过程当中会产生引力波，经过一个长期、渐进的旋近阶段，两个黑洞的视界合并在一起，再经过铃宕阶段，最后形成一个稳定的克尔黑洞。到目前为止，最强的引力辐射产生于合并事件发生的几毫秒时间之内。这个辐射的频率处于可听范围，从低沉的隆隆声升高为最后的“呐喊”声。整个波形就是所谓的引力波啁啾，在这个可听范围即LIGO的主要灵敏区间内，它只持续了几分之一秒。更大质量的双黑洞碰撞会产生更低的啁啾，比如，质量都超过60倍太阳质量的双黑洞合并会产生频率过低的啁啾，以至于LIGO无法探测到。相反，较小质量的黑洞合并会在LIGO的灵敏区间内发出更长时间的啁啾，并且会以呐喊声结束。啁啾的音高与合并黑洞的总质量有关，因为啁啾来自合并之前的最后几次绕转，这些绕转的持续时间与最终的视界半径成正比，最终的视界半径又与黑洞总质量成正比。

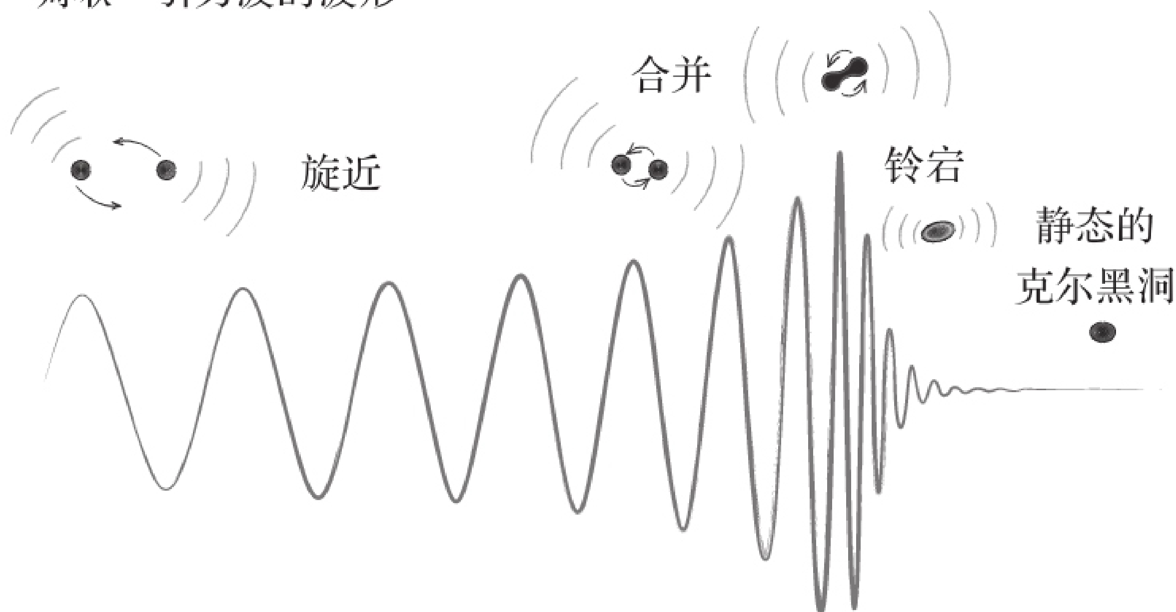


图6-3 双黑洞碰撞产生的“啁啾”引力波的波形

LIGO“听”到的第一个事件发生在10多亿年前。这个时间非常早，以至于整个波形由于宇宙膨胀而红移了近10%，这种效应与多普勒红移相似。换句话说，当到达地球的时候，这个啁啾听起来似乎来自比实际质量大10%的黑洞。你可能想知道，我们能分辨出来自被红移了10%的遥远黑洞的啁啾，与来自质量多出10%以上的未发生红移的附近黑洞的啁啾之间的差异吗？答案是：来自附近黑洞的信号振幅要大得多。波的振幅与传播距离成反比。因此，如果我们从基本原理（即通过求解爱因斯坦的真空场方程）出发去理解由任何给定的双黑洞合并产生的啁啾的强度和频率，我们可以根据观测到的啁啾的强度和频率，来推断产生它的双黑洞与地球之间的距离以及它们的总质量。

尽管发出引力波造成了巨大的能量损失，但合并形成的大黑洞最终还是得到了以自旋形式存在的相当多的旋转能量。新形成黑洞的自旋也取决于两个初始黑洞的自旋。在我们讨论的例子中，两个黑洞最初都是无自旋的，而新形成的克尔黑洞的自旋却相当于广义相对论允许的自旋最大值(注)的70%。新黑洞有61倍的太阳质量，引力波带走了相当于三倍太阳质量的能量。当我们使用$E=mc^2$方程时，总能量是守恒的：我们从64（32+32）倍的太阳质量开始，以剩余的61倍太阳质量加上相当于3倍太阳质量的引力辐射结束。因此，双星系统总质量的5%以引力辐射的形式出现，绝大多数的辐射都是在最后几次绕转、合并和铃宕期间发出的。作为一个百分比数字，5%的能量辐射听起来不那么令人印象深刻。然而，它的功率（能量辐射率）几乎令人无法想象。相当于3倍太阳质量的能量在几分之一秒的时间内就辐射出去了，达到4×10^{49}瓦的光度峰值。如果没有比较，我们就很难理解这个数字究竟有多大，让我们来看以下数据。太阳的光度为4×10^{26}瓦，大约是所有人类活动能耗总和的2×10^{13}倍。在我们的星系中约有1000亿颗恒星，在可观测的宇宙中约有1000亿个星系，假设每颗恒星的平均光度与太阳一样，整个宇宙的恒星光度与10^{22}个太阳的光度相当。但就功率而言，这个数字只有双黑洞碰撞最后几毫秒的光度的1/10！那才是能够

产生足够大的时空涟漪所需的灾难性事件，因而我们可以在地球上探测到它们。

如此巨大的能量释放难道不会撕裂甚至撕碎时空的结构吗？使用这样的语言有些不严谨，更严肃的问法是：在时空几何中发生的如此剧烈的振动，是否会产生除了现有奇点之外的新奇点，无论它们是被包裹着还是裸露着？答案是否定的，尽管这些引力波的威力十分巨大，但它们还没有强到能做到这一点。如果光度接近4×10^{52}瓦（所谓的“普朗克光度”，它将牛顿引力常数和光速结合为一个以功率为单位的量），答案可能会不同。

那么，合并造成的时空振动有多大呢？在非常接近双星系统的地方，很难说清楚几何的哪些部分可能归因于引力波，哪些部分则可能只与两个黑洞的运动有关。而在最终轨道半径10倍左右的地方，我们有可能清楚地辨别出正偏振引力波和交叉偏振引力波，而且这两种类型的引力波确实都存在。我们选择在离合并处5000千米远的地方，这大约是最终轨道半径的50倍。在这里，拉伸和压缩的最大比例约为0.3%。比如，假设身高6英尺（1.8米）的艾丽丝在那里观察整个事件。她的身体（从头到脚）会被拉伸和压缩约1/5英寸（0.5厘米），这种拉伸和压缩的量很容易测量（尽管可能会让人觉得不舒服）。而对在地球上的、距离双黑洞系统大概有10亿光年远的LIGO来说，事情并不是这样的。由于这个距离大得多，所以引力波的振幅只有艾丽丝测量到的5×10^{-19}倍。这就是为什么LIGO的设计灵敏度如此之高，以至于能够测量到在4千米的距离外质子尺寸的1/10000的变化。

再次提及LIGO的精妙灵敏度之后，我们需要对灵敏度进行严谨的定性描述，因为我们尚未提到一个重要的细节，即像LIGO这样的探测器是如何工作的。LIGO中的噪声（即所有其他会导致干涉臂的长度发生微小变化，冒充引力波信号的因素）实际上是相当大的，只在发生诸如2015年9月14日的黑洞碰撞等罕见的响声非常大的事件时，信号才

会盖过噪声被我们听到。然而，LIGO还可以通过使用所谓的“模板库”（包括对LIGO可能会探测到的所有引力波的理论预测），以及应用复杂的数据分析技术去测量低于可听范围的信号。把一个模板想象成相应事件（比如两个非旋转的32倍太阳质量的黑洞的旋近）的指纹。沿着附近道路行驶的卡车造成的地面振动，或在利文斯顿天文台附近进行的伐木活动，诸如此类的噪声源也有独特的指纹，但它们的确切形状与黑洞合并的啁啾十分不同。事实上，LIGO会不断受到噪声的袭扰，所以LIGO测量的就是所有彼此叠加的噪声指纹和有时会出现的引力波指纹的“大杂烩”。这类模板可以作为一个关卡，它会让和它完全匹配的引力波指纹通过，而阻挡住那些不匹配的噪声指纹。虽然这种技术不能完全消除噪声，但它的用处也很大。与其他可能的方式相比，它足以让LIGO听到在距离地球很遥远的地方发生的引力波事件。

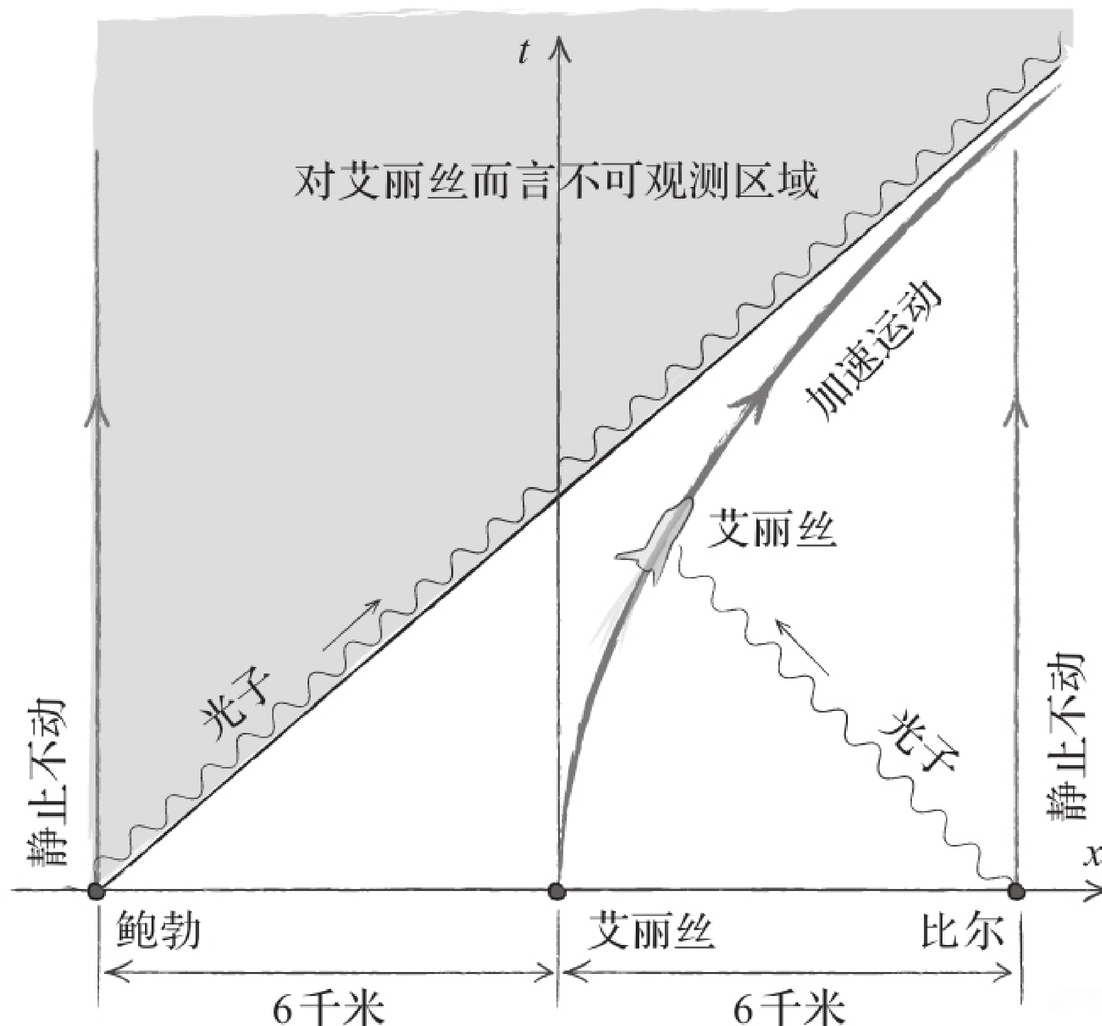


图6-4 模板如何发现掩埋在噪声中的信号。当把模板放在信号上时，就会出现一个干净、连续的图形。当把它放在噪声上时，则会产生一个点状的不完整版本

为了使达到设计灵敏度的LIGO能够完全兑现其作为引力波天文台的诺言，LIGO团队必须积极应对一些与模板有关的挑战。第一个挑战是，建立关于黑洞碰撞和其他可能被LIGO探测到的引力波源的事件的模板。其他引力波源包括黑洞和中子星的碰撞、两颗中子星合并、超新星爆炸、表面有隆起的快速自旋的中子星注、宇宙演化早期形成的引力波海洋注，以及一些宇宙学家假设存在的宇宙弦网络中的各种断裂、打结和交叉事件。注尽管在这些不同的环境中求解爱因斯坦场方程是很困难的，但对建立LIGO需要的模板来说却是必要的。其中，最

具挑战性的就是碰撞。经过数十名研究人员几十年的共同努力，双黑洞合并的问题大部分得到了解决。这是通过将分析法（非常适用于旋近的早期阶段）和超级计算机数值模拟（需要对两个黑洞的晚期旋近和碰撞进行建模）结合在一起实现的。中子星为这个问题增加了新的复杂性，因为决定中子星构成的物质动力学方程也需要求解。事实上，正如第5章中讨论的那样，我们对中子星中存在的极其致密的核物质的特性还没有足够的认知。可通过构建模板来量化我们对致密核物质的不确定性，并且我们有理由期待对由中子星合并或者黑洞和中子星碰撞产生的引力波的观测，将会告诉我们很多关于极其致密物质的特性。

有关模板的第二个问题更加棘手：如何探测我们没有预料到因而未建立相关模板的引力波事件？一个同样令人担忧的问题是：如果关于预期事件的理论模型不完全正确，会发生什么？乍一看，LIGO探测器似乎是一种选择性的科学测量设备，不具有发现任何全新的或意想不到的事件的能力。但事实上，LIGO也采用了无模板分析法，即使引力波的形式与模板数据库中的任何内容都不匹配，只要引力波足够大声，LIGO也会注意到它们。类似地，如果模板中有些内容不太正确，使得经过的引力波只能部分地匹配模板，无模板分析法就会注意到所谓的“残差”（residual）：经模板筛选之后的残留信号，它与单纯的噪声并不一致。所以最重要的是，和其他可能的方法相比，模板可以让我们听到更遥远的事件，而且可以将这些信号与预测的信号源进行匹配，但这也并不排除LIGO发现异常的、来自尚需进一步探索的神秘信号源的引力波信号的可能性。

在结束本章之前，我们来讨论一下黑洞碰撞的数值模拟。这种模拟是LIGO所用模板的关键组成部分。我们应该强调的是，用数值模拟的方法求解方程式往往是最后的手段，我们只在所有的纸笔计算都不足以得到我们想要的解时才会求助它。另外，我们的讨论被限定在没

有物质的条件下，所以我们需要求解的是真空爱因斯坦场方程 $G_{\mu\nu}=0$。这怎么会如此困难呢？

困难在于爱因斯坦场方程是微分方程，这意味着它们是根据度规在无限小的时空区域内的变化方式就地构架的。微分方程几乎总是很难求解，涉及数学、物理学、化学和工程学的大量研究都致力于找到求解微分方程近似解的方法。想象一下，一台计算机可以执行加、减、乘、除的指令，并能非常快速地完成这些基本的算术运算。但原则上，一个微分方程的真正解涉及无数的基本操作，因为它的答案不只是一个数字，而是某条连续的曲线（对爱因斯坦方程而言则是弯曲的时空），需要无穷的数字来确定。当然，任何电脑都不能在有限的时间内做无限多次数的运算。所以作为替代方案，我们采取的策略是，做有限次数的运算，却可以得到非常接近我们感兴趣的微分方程精确解的近似解。更准确地说，我们需要一个能生成一系列近似数值解的策略，每个解都会比上一个更接近微分方程的精确解。在有足够计算时间的情况下，除非有证据表明我们的近似解足够接近我们想要的精确解，否则我们不会认为这个数值问题得到了解决。作为一个类比，想象一下在低速网络环境中观看视频，即使你的浏览器软件配置得当，你也会得到一个画面模糊、色彩斑驳的视频，但它仍会以正确的速率播放，并且大部分颜色和形状的显示也是正确的。如果网速更快，或者在开始播放之前等待较长的时间去下载完整的视频，那么计算机会将大图像块改进为更小的图像块，从而显示出更准确的细节和更清晰的颜色。如果你等下载完整个视频或者网络速度非常快的情况下再看，那么你将会看到以其最高分辨率播放的视频。对微分方程的连续数值近似解与此类似，但不同之处在于，从原则上说，对近似解的改进程度是没有限制的。唯一的限制条件是，你愿意分配给这项任务的计算时间的多少。爱因斯坦方程的数值“模拟”的说法并不恰当，因为它表明这样做的目标是模仿弯曲时空的本质特征，却忽略了一些细节。真正的目标应该是制定一个策略，使其能在任何预先设定的准确性和有限的时间条件下绘制出时空的所有细节。关于黑洞碰撞

的数值模拟取得成功的另一个标志是，在现代数值模拟方法日臻成熟之前，它可以很好地匹配我们得到的关于旋近和铃宕的物理条件的近似描述。

我们应该采用什么策略对真空爱因斯坦场方程进行数值模拟呢？让我们先思考一下答案应该是什么样子的。我们需要一个描述时空几何的度规的数字表示。回想一下，度规是决定任意两点之间距离的一把尺子，微分几何使我们将注意力集中在相互靠近的点上，度规张量表示从给定点到任何其他足够近的点的距离。实际上，度规张量是一个4×4的数字矩阵。有了场方程的精确解，就意味着我们能够准确地知道时空中的每个点的度规张量。根据一些非常巧妙的数学公式，施瓦西解和克尔解提供了精确的信息。对数值模拟而言，没有精确的公式可用，我们当然也不能为无限多的时空点指定度规张量。所以，我们要做的是隔离出一个感兴趣的时空区域（比如，一对即将合并的黑洞的附近区域），并用一些网格点来填满它。对这些有限数量的网格点中的每一个，我们都要指定一个度规张量的近似值。我们的目标是反复改进网格，以便为每个网格点提供越来越准确的值，这就好比一个缓慢下载的视频。简言之，通过离散化，我们将弯曲时空转变成计算机可以处理的数学结构。通过离散化得到越来越精确的网格，是我们的数值模拟策略的关键。如今，典型的大型模拟可能有数亿甚至数十亿个网格点。

必须遵循真空爱因斯坦方程，这个要求意味着时空不能以其他任意方式弯曲，而必须受到某些特定条件的限制，这些限制条件告诉我们度规是如何推拉其附近的时空的。真正的爱因斯坦方程是微分方程，这意味着“附近”应被理解为“任意靠近”。当我们处理离散化时空时，我们必须稍微改变一下爱因斯坦方程，以便它们能够成为给定点的度规如何推拉网格上的相邻点处度规的规则。[注]至少在原则上，这些离散化的爱因斯坦方程可以用计算机来处理，因为它们只涉及具有有限变量的有限数量的方程。

广义相对论中存在两个特殊的难题：奇点和约束。奇点问题其实是一个我们熟悉的问题，而且是一个彻头彻尾的物理学问题：黑洞隐藏了使爱因斯坦场方程失去意义的奇点。如果我们不小心，时空的数值模拟就会“潜入”黑洞内部，当“跑进”奇点时，计算机就会出现问题。这看起来似乎是一个小问题，因为物理直觉告诉我们，由于没有信号能从黑洞中逃出来“污染”其他数值模拟，所以计算机在黑洞视界内遇到的任何问题都可以被忽略。但是，真实的情况更加微妙。如果在某个网格点处遇到奇点，这意味着度规张量包含某些无穷项，那么编码于离散化的爱因斯坦方程中的推拉效应将会使相邻网格点变得奇异。之后，其他邻近的网格点也会变得奇异，以此类推。设计一个使奇点进行可控性传播的代码是很困难的。正确的做法是在视界形成后就尽快确认它，并给计算机下达指令：不要窥探视界深处。通过保留视界内的一小层时空，可以确保经典相对论的所有近视界物理学能被离散化的爱因斯坦方程完全考虑在内；但通过切除视界深处，可以使计算机不会遇到奇点。这种切除策略很好地运用了彭罗斯的宇宙监察猜想，这样一来，除了在事件视界之内，爱因斯坦方程解的奇点将永远不会出现。事实上，爱因斯坦方程的数值模拟在我们实施切除策略时发挥了作用，这实际上可以被当作支持宇宙监察猜想的令人印象深刻的证据。

约束问题更偏技术性，但由于它在爱因斯坦方程的数值模拟过程中发挥了显著作用，所以值得一提。通常我们会从一些初始几何开始，比如两个彼此绕转的无自旋黑洞，然后探究随着时间的流逝会发生什么。这实际上意味着我们把离散化四维时空的大网格分成三维空间切片，同时根据时移函数定义时间流，从而将这些空间切片连接在一起。每个三维空间切片通常被称为“时间片”，因为我们认为它是一个确定时间点上的点集。我们这样做的目的是告诉计算机在几个（也许只有两个）连续时间片处的度规，然后命令它使用离散化的爱因斯坦方程推进到下一个时间片。为了看到黑洞合并，只要有需要，我们就可以不断重复这个程序，为了避免计算机遇到奇点，我们还会

运用切除策略。我们预计，这个过程将会一直演化下去，直到我们模拟的最后一个时间片，也就是我们看到了合并后的单一黑洞以及因碰撞产生的向外涌出的所有引力波的那一刻。

接下来，我们说缺陷。一旦选择了一个时间片，事实证明爱因斯坦方程中的一些方程并不能帮助我们从一个时间片推进到下一个时间片。相反，它们只是限制了在每个时间片处允许存在的几何类型。虽然我们可以仔细地安排，使得一个时间片完全满足约束条件，但当离散化的爱因斯坦方程在时间上向前推进时，下一个时间片却通常不能完全满足约束条件。更糟糕的是，这些缺陷往往会随着时间的推移而增长，最终让我们的模拟结果一文不值！所以，解和问题一样微妙。让每个时间片完全满足约束条件，我们预料到这不可能做到，但我们可以改变离散化的爱因斯坦方程，给它们添加一个类似于恢复力的项，从而让解满足约束条件。这就像弹簧的恢复力：将一个处于平衡状态的弹簧拉伸，恢复力会将它往回拉以试图恢复平衡，离平衡状态越远，恢复力越强。对爱因斯坦方程而言，我们不会增加任何物理力，它的恢复力指的是一种数学技巧，平衡状态指的是一个满足约束条件的解。当然，如果我们只对视界外的问题感兴趣，用上述方式对约束条件进行适当处理，再加上对表示离散化时空的爱因斯坦方程的精心选择，数值模拟就能够捕捉到黑洞碰撞事件的所有时空细节。

综上所述，宇宙中的大多数黑洞碰撞可能都属于旋近－合并类型，我们可以通过数值模拟真空爱因斯坦场方程$G_{\mu\nu}=0$来描述它们。对于各种各样的初始条件进行数值模拟，可以让我们看到黑洞合并时会发出什么样的引力辐射。在这些过程中，能量释放的速度惊人地快，以至于黑洞合并的引力光度可以短暂地超过宇宙中所有恒星的通常光度之和。通常光度是指星光，引力光度是指引力辐射，它从合并的黑洞向外传播，可以用像LIGO这样的L形引力波探测器来探测。未来，我们希望引力波能像可见光一样，尽可能多地揭示宇宙信息。来自中子星合并的引力波可能是下一个重大发现[注]。另外，探测到极早

期宇宙的引力波，可能会告诉我们宇宙最初是什么样子的。要是能发现一种没人预料到的引力波就更好了！这样一来，理论学家们就能够不断地进行测试，探寻是什么奇异的物理过程产生了它们。

---

1. 由于宇宙膨胀，我们现在与两黑洞合并位置之间的距离要比引力波在传播到我们地球的路途中所经过的距离稍大。

2. 有些超新星爆发是在足够接近球形的壳中发生的，尽管物质的加速运动非常剧烈，它们也不会产生很多引力波。

3. 由双中子星合并产生的引力波信号于2017年8月被LIGO和Virgo共同探测到。——译者注

4. 自旋最大值为1。——译者注

5. 这些隆起类似地球山脉，但由于物质密度极高且中子星表面的引力场很强，所以中子星上的“山”最多只有几毫米高。

6. 引力波海洋即原初引力波。——译者注

7. 宇宙弦是一些理论预言很细但极其致密的能量流，不过目前还未被观测到。

8. 矛盾的是，数值模拟的一个有用的策略是，允许推拉几个甚至更多网格的空间距离，而不只是一个或两个网格。从概念上说，只考虑最邻近的网格间的相互作用是最容易的。

9. 该发现已于2017年8月实现。——译者注

第7章 黑洞热力学

到目前为止，我们认为黑洞是由超新星创造的或者存在于星系中心的天体。通过观察黑洞附近恒星的加速运动，我们可以间接地观测到黑洞的影响。2015年9月14日，LIGO第一次成功探测到引力波则为黑洞碰撞事件提供了更直接的证据。在这些背景下，为了理解黑洞，我们需要用到微分几何和爱因斯坦方程，还需要能求解爱因斯坦方程并描述黑洞创造的时空几何的强大的分析和数值方法。从天体物理学的角度看，如果能对相关时空进行完全的定量描述，我们就会认为黑洞的主题完整了。但从更广阔的理论视角看，等待我们探索的东西还有很多。这一章介绍了关于黑洞物理学的现代理论发展的一些要点，其中热力学和量子理论的观点与广义相对论相互交叉，产生了一些令人吃惊的新见解。其结果是，黑洞不仅是几何物体，它们还有温度与巨大的熵，而且它们有可能是量子纠缠的表现。我们对黑洞的热力学和量子方面的描述，将比前几章关于黑洞时空的纯几何特征的讨论粗略一些，但量子理论是目前黑洞理论研究的尤为必要且重要的组成部分。我们渴望至少介绍一下这项工作的趣味。

在经典的广义相对论（即爱因斯坦方程的微分几何解）中，黑洞是真正意义上的黑色，也就是说，没有任何东西能从黑洞中逃逸。史蒂芬·霍金的研究表明，如果我们将量子效应纳入考虑，情况将变得完全不同。实际上，黑洞会发出具有确定温度（即“霍金温度”）的辐射。对天体物理学尺寸的黑洞（比如，从恒星质量黑洞到超大质量黑洞）而言，它们的霍金温度相比宇宙微波背景辐射的温度可以说是微不足道。宇宙微波背景是一种充斥整个宇宙的辐射，其本身可被看作霍金辐射的一种变体。霍金对黑洞温度的计算，是名为黑洞热力学的研究项目的一部分。另一个主要部分是黑洞熵，它表征着丢失在黑

洞内部的信息量。普通物体（比如一杯水、一条纯镁或一颗恒星）也有熵，黑洞热力学的一个重要特征是，一个给定尺寸的黑洞比其他任何同样尺寸的物体的熵都大。

在深入研究霍金辐射和黑洞熵之前，让我们先快速了解一下量子力学、热力学和量子纠缠。量子力学主要发展于20世纪20年代，最初是为了描述像原子这样的极小事物。在量子力学中，长期以来被大家珍视的一些概念（比如单个粒子的确切位置）被模糊化了，原子核周围的电子不再有确切的定位。相反，我们认为电子在轨道上运动，它们的实际位置只能用概率密度来描述。但基于我们的目的，还是不要这么早谈到概率为好。举一个简单的例子，氢原子可以处于一个确定的量子态。它最简单的状态就是基态，即能量最低的状态，它的能量是确切已知的。一般来说，量子力学（原则上）允许我们对任何量子系统的状态都完全确定。

当我们探究一些关于量子力学系统的问题时，就会遇到概率。如果一个氢原子确实处于基态，我们可能会问："在哪里可以找到电子？"量子力学的法则只会给出一个概率性的答案，比如，"电子可能在距离氢核半埃[注]的范围以内"。现在，通过一个物理过程我们有可能找到比一埃更精确的电子位置。其中一个典型的过程是从电子上散射一个波长非常短的光子，然后我们可以重建电子在散射瞬间的位置，使其精确到光子的大约一个波长的范围内。这个物理过程改变了电子的状态，使它不再处于氢原子的基态，也不再具有确定的能量。但是，它将暂时拥有一个近乎确定的位置（在光子的大约一个波长的范围内）。尽管我们只能用概率法预测它的位置在一埃以内，但一旦我们测量它，我们就会知道结果。简言之，如果我们以某种方式测量一个量子力学系统，我们就迫使它进入了一个具有我们所测量到的确定值的状态。

量子力学不仅适用于小系统，（我们认为）它对所有系统都适用。但对大系统而言，量子力学的法则会迅速变得复杂。一个关键问题就是量子纠缠的概念，我们可以以自旋概念为例来简单地说明纠缠。独立电子有自旋，所以实际上单个电子可相对于选定的空间轴自旋向上或自旋向下。电子的自旋是可观测的，因为它会像条形磁铁一样产生小磁场。自旋向上意味着电子的北极指向下方，自旋向下则意味着北极指向上方。一个联合量子态中可以存在两个自旋方向相反的电子，一个自旋向上而另一个自旋向下，但我们不可能辨别到底哪个电子是自旋向上。[注]实际上，氦原子基态包含的两个电子就处于这种状态，因为两个电子的总自旋为零，所以被称为“自旋单态”。如果能分离两个电子而不干扰它们的自旋，那么我们依然可以认为它们共同处于自旋单态，但不能辨别任何一个电子的自旋方向。如果我们测量了一个自旋之后发现它的方向向上，那么我们完全可以确信另一个电子是自旋向下。在这种情况下，我们说自旋是纠缠态的，因为单个电子的自旋本身并没有确定的值，而是两个电子共同处于一个确定的量子态。

爱因斯坦曾深受量子纠缠的困扰，因为它似乎违背了相对论原则。现在，我们来考虑空间上显著分离但处于自旋单态的两个电子。为了更明确，我们把一个电子拿给艾丽丝，把另一个拿给鲍勃。假设艾丽丝测量了她的电子自旋并发现它自旋向上，但是鲍勃没有对他的电子做任何测量。在艾丽丝测量她的电子之前，我们不可能知道鲍勃的电子的自旋方向。但在艾丽丝完成测量的那一刻，她可以完全肯定地说鲍勃的电子是自旋向下（与她的电子的自旋方向相反）。这是否意味着她的测量迫使鲍勃的电子在一瞬间进入自旋向下的状态？既然电子在空间上是分离的，又怎么会发生这种情况呢？爱因斯坦和他的合作者纳森·罗森（Nathan Rosen）、鲍里斯·波多尔斯基（Boris Podolsky）都感到，围绕纠缠态系统的测量问题如此严重，以至于它们动摇了量子力学的根基。爱因斯坦－波多尔斯基－罗森（EPR）悖论使用了我们在上文中描述的设置，进而声称量子力学不能完全描述现

实。但基于更深入的理论研究和诸多的测量工作，现代观点普遍认为EPR悖论是无效的，而量子理论才是正确的。量子纠缠是真实存在的，即使纠缠系统在时空中被显著地分离开，其测量结果也是彼此相关的。

让我们回到两个电子处于自旋单态的情况，并分给艾丽丝和鲍勃每人一个电子。在进行测量之前，我们能确定的是什么？答案是：两个电子一起处于一个确定的量子态（自旋单态）。艾丽丝的电子既可能自旋向上也可能自旋向下，更准确地说，它的量子态为自旋向上和自旋向下的可能性相等。这种说法比之前更加依赖于概率。以前，我们考虑一个明确的量子态（氢的基态），并且知道有一些“坏”问题，比如，“电子在哪里？”，这些问题都只有概率性答案。相反，如果我们问的是“好”问题，比如，“电子的能量是多少？”，我们就能得到明确的答案。现在，如果不参考鲍勃的电子，我们就没有什么“好”问题可以问艾丽丝。（当然，我们摒弃了像“艾丽丝的电子是否自旋？”这样愚蠢的问题，这种问题原本就只有一个可能的答案）。因此，在讨论纠缠态中的一个量子比特（quibits）的时候，我们必须用概率来描述事物的特征。只在艾丽丝和鲍勃提出问题的答案具有相关性时，才会出现确定的答案。

我们有意识地从已知的最简单的量子力学系统之一——独立电子的自旋——入手。我们希望量子计算机也能够由同样简单的系统构建而成。事实上，对于独立电子的自旋或其他等价量子系统，我们现在用量子比特来描述它们，期待未来它们在量子计算机中能起到像数字计算机中的比特那样的作用。

现在假设我们用一种复杂得多的量子系统来代替每个电子，这样的量子系统的量子态不止两个。比如，我们也许会给艾丽丝和鲍勃纯镁块。在艾丽丝和鲍勃分开之前，允许他们的镁块相互作用，即处于一个确定的联合量子态。而一旦艾丽丝和鲍勃分开，他们的镁块便不

再相互作用。就像电子一样，尽管他们的镁块处于确定的联合量子态，但单个镁块的量子态却不确定。（这个讨论假设艾丽丝和鲍勃能将镁块分开而不干扰镁块的内部状态，就像我们之前假设他们能够分离纠缠的电子而不干扰电子的自旋一样。）现在，与电子纠缠系统不同的是，每个镁块本身的量子态都具有极大的不确定性，以至于每个镁块可以轻松地拥有比整个宇宙中的原子数量还多的量子态。这时候热力学该登场了。尽管一个系统不能被精确地描述，但我们仍然可以很好地定义它的一些宏观特性。温度就是这样一种特性，它是衡量系统的任意部分可能具有的平均能量的量度，较高的温度很可能对应着较大的能量。熵是另一种热力学特性，它实质上表示一个系统可能的量子态数量的对数。镁块的又一个有趣的热力学特性是总磁化强度，它实质上等于镁块内部自旋向上的电子数量与自旋向下的电子数量的差值。

我们引入了热力学来处理与另一个系统纠缠而量子态不明确的系统。这是一个非常有效的处理方式，但与热力学的创立者们的思考方式相去甚远。这些人，比如萨迪·卡诺（Sadi Carnot）、詹姆斯·焦耳（James Joule）和鲁道夫·克劳修斯（Rudolf Clausius），都工作于19世纪的工业革命时期，他们都对一个实际问题更感兴趣：发动机是如何工作的？压力、体积、温度和热量对发动机设计来说是必需的。卡诺证明，以热能形式提供的能量永远不能全部被转化为有用功，比如举起一个重物，总会有一些能量被浪费掉了。克劳修斯的关键贡献在于引入了熵的概念，他将熵作为一个衡量热相关过程中的能量浪费的统一量度。关键在于，熵永远不会减少，并且在几乎所有过程中它都会增加，所以熵增加的过程被称为不可逆过程。克劳修斯、麦克斯韦和路德维希·玻尔兹曼（Ludwig Boltzmann）等人对统计力学的后续发展表明，熵是对混乱状态的一种量度。通常，你越是用力推动某个事物，它就变得越混乱。如果你设计一个过程来建立秩序，就不可避免地产生更大的熵，通过释放热量等形式。比如，起重机将

钢筋堆叠整齐，就钢筋的位置而言是有序的，但起重过程也会产生副产品，即热量，从而使总体的熵增加。

19世纪的热力学观点看上去与量子纠缠关系不大。但无论任何时候，只要一个系统与外部媒介发生作用，其量子态就会与外部媒介的量子态纠缠在一起。通常，这种纠缠会导致该系统的量子态具有更大的不确定性，换言之，该系统可能的量子态数量会增加。因此，一个系统的熵（根据可能的量子态数量来定义）通常会因为与其他系统的相互作用而增加。

总而言之，量子力学提供了一种表征物理系统状态的新方法，它使得一些量（比如位置）变得模糊，而另一些量（比如能量）则通常是确切可知的。在量子纠缠中，原则上两个分离的系统会有一个已知的总量子态，但单个系统本身的量子态不确定。关于纠缠的标准案例就是处于自旋单态的一对自旋电子，我们不可能分辨出哪个自旋向上，哪个自旋向下。一个大系统量子态的不确定性引发了热力学研究，尽管该系统有许多可能的微观量子态，但我们仍然可以精确获知像温度和熵这样的宏观特性。

在快速了解了量子力学、纠缠和热力学之后，接下来让我们看一下如何运用这些知识来证实黑洞是有温度的。比尔·昂鲁（Bill Unruh）首先证明，平直空间中一个做加速运动的观测者感知的温度等于加速度除以2π。昂鲁的计算关键在于，在特定的方向上以恒定的加速度运动的观测者只能看到平直时空的一半。实际上，另一半时空位于一个类似于黑洞视界的背后。乍听起来这似乎是不可能的，平直的时空怎么会有类似于黑洞的视界呢？为了得到答案，让我们请来可靠的观测者小组：艾丽丝、鲍勃和比尔。应我们的要求，他们排成一队，艾丽丝站在鲍勃和比尔中间，并距离他们两人各6千米远。大家达成一致，让艾丽丝在零时跳进一艘火箭船，并以恒定的加速度朝比尔飞去（同时远离鲍勃）。她的火箭船性能非常优良，能够获得1.5万亿

倍于地球表面的重力加速度。这样的加速度对艾丽丝来说显然很难忍受。但是，正如我们将要看到的那样，选择这些数字是有明确目的的，更何况我们只是在讨论概念上的可能性。当艾丽丝进入火箭船的那一瞬间，鲍勃和比尔都向她挥手。（我们之所以可以说“这一瞬间”，是因为在艾丽丝出发之前，她与鲍勃、比尔处于同一个参照系，所以他们都认可同一个时间概念。）艾丽丝一定会看到比尔向她挥手，事实上，她在火箭船上看到比尔向她挥手的时间会比她待在原地不动更早一点儿，因为她的火箭船正朝着比尔飞去。同时，她也在远离鲍勃，所以我们可以合理地推断，她在火箭船上看到鲍勃挥手的时间会比她待在原地不动要晚一点儿。而事实是：艾丽丝将永远不会看到鲍勃向她挥手！换句话说，即使她的速度达不到光速，鲍勃在挥手时发出的光子也永远追不上她。如果一开始鲍勃与艾丽丝之间的距离更近一点儿，那么在她出发时鲍勃发出的光子能够追上她。但如果他们之间的距离更远一点儿，光子就追不上艾丽丝了。从这个意义上说，艾丽丝只能看到一半的时空。在艾丽丝开始移动的那一瞬间，鲍勃位于艾丽丝的观测视界的背后。

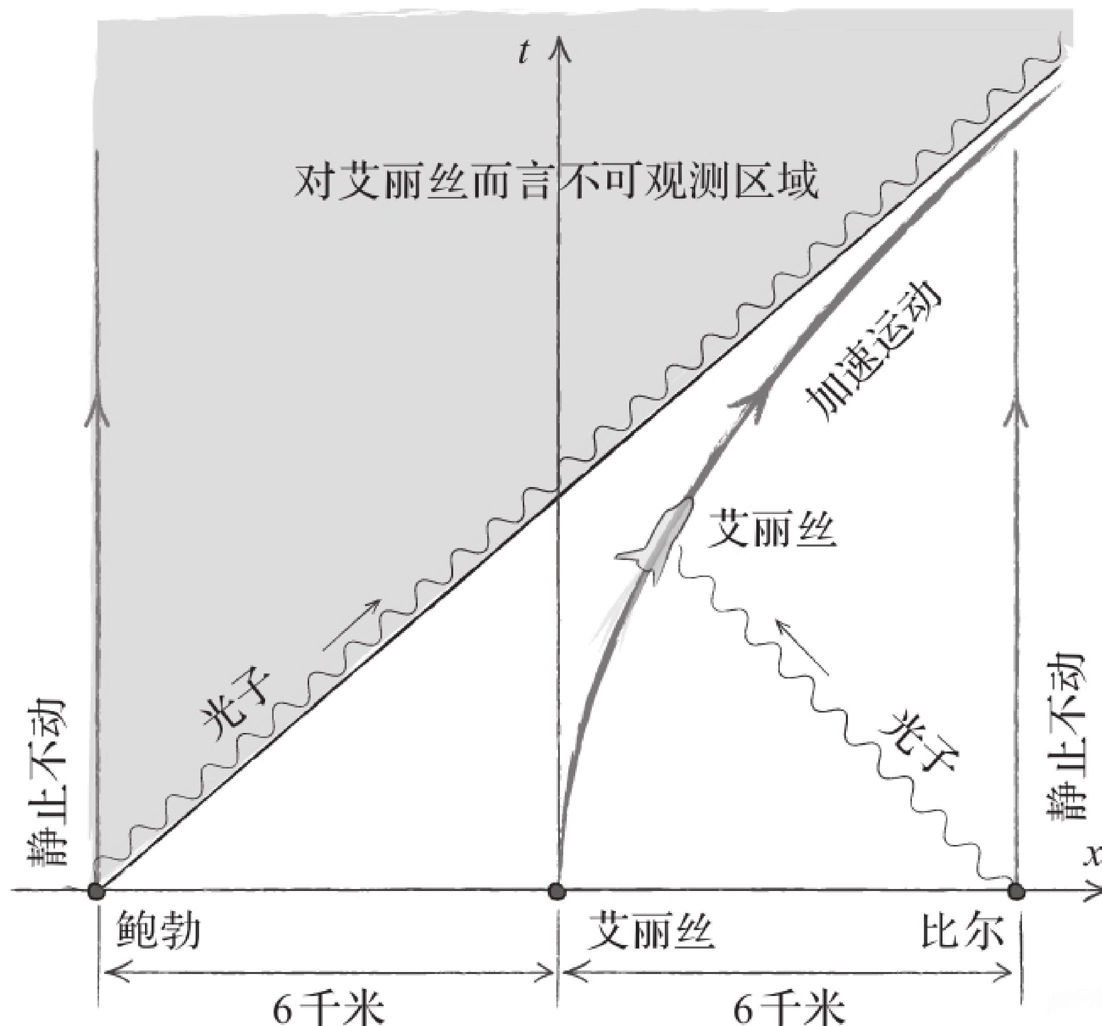


图7-1 当鲍勃和比尔静止不动时，艾丽丝从静止开始加速。艾丽丝的加速度刚好使得她永远接收不到鲍勃在t=0时发送给她的光子，但她能够收到比尔在t=0时发出的光子。结果表明，艾丽丝只能够观测到一半时空

在对量子纠缠的讨论中，我们已经习惯了一个观念：虽然量子力学系统作为一个整体具有确定的量子态，但其各个部分的量子态却无法确定。实际上，当我们讨论一个复杂的量子系统时，尽管它的各个部分的量子态具有高度的不确定性，我们仍然可以用热力学中的确切温度来描述它们的特征。这与我们在前文中对艾丽丝、鲍勃和比尔的设定有点儿相似，但我们思考的量子系统应该是空的时空，艾丽丝只能看到一半的空的时空。我们约定时空作为一个整体处于它的基态，

这意味着除了艾丽丝、鲍勃、比尔和火箭船之外，不存在任何其他粒子。但艾丽丝能看到的那一半时空不会处于基态；相反，它处于与她看不见的那一半时空纠缠在一起的状态。她能看到的时空处于一个复杂的、不确定的量子态，但它的温度是有限的。昂鲁的计算表明，这个温度大约是60纳开氏度（1开氏度约为－272摄氏度）。简言之，艾丽丝在加速运动的过程中将看到一个辐射热库，而且这个热库的温度恰好是她的加速度除以2π。

昂鲁的计算中令人不舒服的部分是，虽然它从头到尾针对的都是空的空间，但它却反驳了李尔王的名言："一无所有只能换来一无所有"。空的空间怎么会如此复杂？事实上，在量子理论中，空的空间是一个非常繁忙的地方。具有正负能量的虚拟粒子，在空间中不断地出现和湮灭。有一位身处遥远未来的观测者名叫卡罗尔，她可以看到所有空的空间，因而可以证实没有任何粒子能长久地存在。艾丽丝可以观测到的时空中的正能量粒子，通过量子纠缠与她无法观测到的时空中的负能量粒子相联系，它们的能量值互为相反数。卡罗尔能够感知到关于空的时空的整个量子真相，即没有粒子存在。然而，艾丽丝却感知到了粒子的存在。

昂鲁温度听起来似乎是假的，因为它并不像平直空间的特性，而更像在平直空间中做匀加速运动的观测者的一个特性。然而，引力本身就是一种"伪力"，它所引起的"加速"只不过是在弯曲度规中的测地线运动。正如我们在第2章中解释的那样，爱因斯坦的等效原理指出，加速度和引力在本质上是等效的。从这个角度看，黑洞视界的温度等于做加速运动的观测者的昂鲁温度，这并不令人震惊。但我们可能会问，应该使用多大的加速度呢？如果我们离黑洞足够远，它对我们的引力作用就会很弱。那么，我们是否应该相应地用较小的加速度来确定我们测量的黑洞的有效温度？这个情况令人不安，因为一个物体的温度不应该被任意降低，即便是非常遥远的观测者，他测得的温度也应该是某个有限的固定值。

最接近霍金的黑洞温度论的观点是，我们应该利用观测者悬停在非常靠近黑洞视界处的加速度来计算黑洞温度，但要减去观测者经历的引力红移效应对应的温度。这个观点能让我们十分接近实际的霍金温度，接下来让我们以施瓦西黑洞为例，慢慢地了解这一思想。在这里，所谓悬停或者静态的观测者，指的是停留在视界附近固定半径处且不绕黑洞旋转的人。为了做到这一点，观测者安妮必须受到一个能持续把她推离黑洞附近的力，比如利用火箭。如果安妮只能看到局部的时空几何，那么等效原理就决定了她不能辨别自己身处弯曲时空之中，还是在平直时空中做匀加速运动。安妮越靠近实际的黑洞视界，这种等效的加速度就越大。根据昂鲁的计算，安妮会感知与她自身的加速度除以2π相等的温度。我们似乎陷入了和以前一样的陷阱：感知温度取决于位置。但谢天谢地，与另一个距离黑洞很远的观测者巴特相比，安妮还经历着相当大的引力红移效应。（在这种情况下，“远”的意思是施瓦西半径的很多倍）。安妮越接近视界，她感知的昂鲁温度越高。但不断增加的引力红移效应意味着，当她看到的辐射从黑洞的引力场中出来并到达巴特那里时，它将是一个有限的温度，这个温度并不会随着安妮越来越靠近视界而改变。这个有限的温度就是霍金温度，它乘以2π就可以得到被称为黑洞“表面引力”（surface gravity）的物理量。艾丽丝在平直空间中必须经历大小与表面引力相等的加速度，才能看到与巴特所见的霍金辐射温度相同的昂鲁辐射。(注)

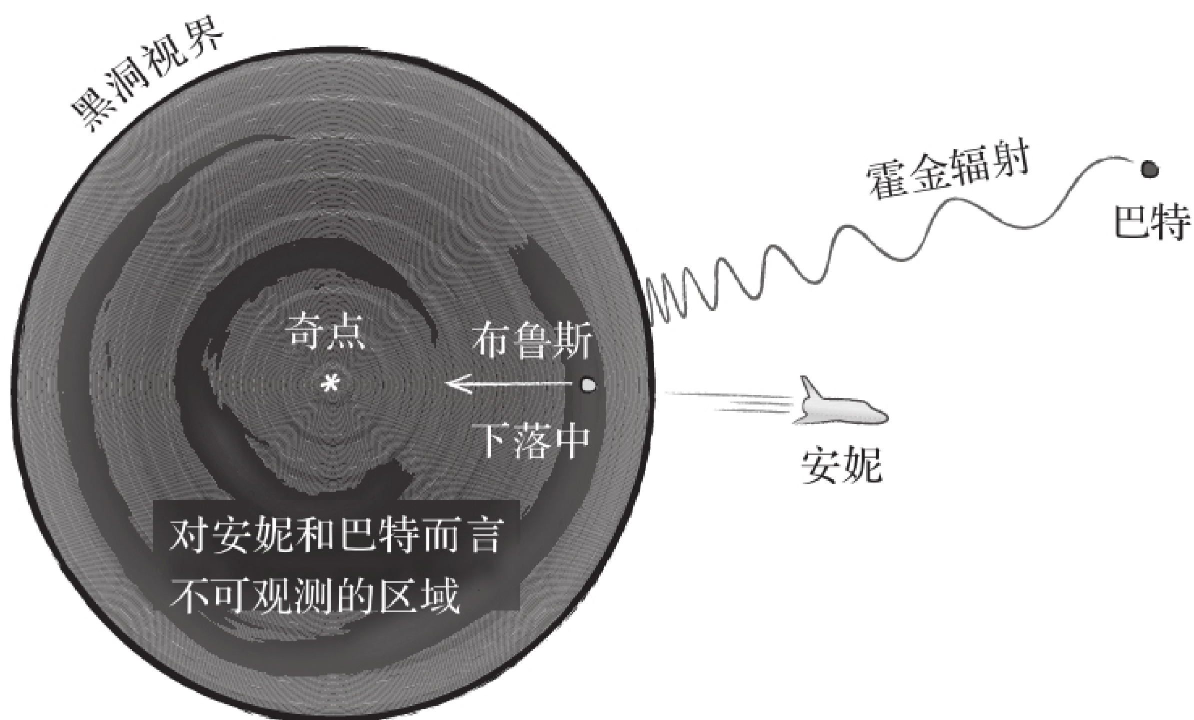


图7-2 霍金辐射示意图。安妮在视界附近的一个固定半径处静止不动，她相当于一个做加速运动的观测者，因为她感觉到了黑洞的引力作用。她看到辐射的原因类似于昂鲁效应。这种辐射在向巴特传播的过程中发生了引力红移。巴特也是静止不动的，但他离黑洞如此遥远，以至于他几乎感觉不到黑洞的引力。而落入黑洞的观测者布鲁斯在穿过视界时则看不到任何霍金辐射

我们之前说过，我们对作为昂鲁效应案例的数字的选择，是有明确目的的。事实上，艾丽丝的加速度是地球重力加速度的1.5万亿倍，约等于1倍太阳质量的黑洞视界处的表面引力。相应地，这样一个黑洞的霍金温度与艾丽丝经历的昂鲁温度相同，即60纳开氏度。黑洞的温度与质量成反比。

我们对昂鲁温度的描述强调在遥远的将来，做惯性运动的观测者卡罗尔会观测到全部的量子真相，即所有时空的量子态都是真空，没有任何激发。艾丽丝感知的热状态源自正能量激发，这种正能量与她不能感知的时空区域中的负能量激发处于量子纠缠状态。事实证明，霍金辐射的情况与这些陈述有类似之处，但也有一些重要的区别。在

我们对昂鲁效应的讨论中，静止不动的观测者安妮与做加速运动的观测者艾丽丝最为相似。回想一下，在大部分的讨论中，鲍勃都躲在艾丽丝观测不到的那一半时空的视界之后。与鲍勃相似的应该是在黑洞情境中做自由落体运动的观测者布鲁斯，他正在落入黑洞视界。命运多舛的布鲁斯注定会撞上黑洞奇点。对于一个大黑洞来说，他的这种不幸的命运可能会来得晚一些，所以我们不妨问问布鲁斯在此期间观测到了什么。答案是：如果没有来自其他源头的辐射进入黑洞，那么他在穿过视界时将不会感知到任何温度。至少在黑洞视界附近，布鲁斯会说那里根本没有量子激发。

安妮和巴特的描述与布鲁斯的描述截然不同，他们看到了正能量粒子。正如昂鲁效应说的那样，这些正能量的激发在量子力学上必须与黑洞视界内的负能量激发联系在一起。让我们回顾一下这些争论的难点：当布鲁斯穿过视界时，他没有看到负能量激发；事实上，他看不到任何激发。在视界内存在负能量激发，是让包括安妮和巴特作为外部观测者的视角在内的量子理论成立的必要条件。不仅如此，这些奇特的激发还扮演了一个重要的物理学角色。它们能够减少黑洞的总质量，以抵消安妮和巴特观测到的向外辐射的能量。

向外的正能量激发和向内的负能量激发处于量子纠缠态，至少在视界附近我们可以说，对于落入黑洞的布鲁斯，以及静止不动的观测者安妮和巴特而言，这种纠缠的作用是保持量子理论的一致性。正是这种量子一致性通过纠缠驱动着霍金效应。因此，对细微处的微妙处理却产生了可感知的事物：黑洞中的正能量激发产生了辐射！

与昂鲁效应形成鲜明对比的是，我们很难做到让遥远未来的观测者观测到整个时空，因为黑洞内部没有遥远的未来，与此同时我们也无法从黑洞之外看到它的内部。如果黑洞完全被蒸发了，也许目击整个过程的观测者就可以说掌握了关于时空的全部量子真相。又或者，根本没有观测者能够看到有关黑洞时空的全部真相，这意味着关于量

子态的信息确确实实丢失了。从过去到未来的量子演化如何与黑洞并存，这一难题被称为“信息丢失悖论”，至今人们仍对它争论不休。

总的来说，霍金辐射是从黑洞逃逸的量子力学激发，并经历了引力红移。它们被遥远的观测者以辐射的形式观测到，其温度等于黑洞的表面引力除以2π。与此同时，黑洞质量缓慢减少或被蒸发，反映了因辐射而损失的能量。在黑洞时空中运动路径不同的观测者会有什么量子体验，这些难题困扰了一代又一代理论学家。但如果我们身处黑洞之外，并且黑洞足够大，来不及被完全蒸发，那么我们将会看到霍金温度下的热辐射。

霍金辐射是黑洞最著名的热力学特性。除此之外，同样重要的还有贝肯斯坦－霍金黑洞熵，它以雅各布·贝肯斯坦（Jacob Bekenstein）和史蒂芬·霍金的名字命名。回想一下，熵度量的是一个系统可能有的量子态数量（更确切地说，熵是量子态可能数量的对数）。熵最重要的特性是，它在物理过程中永远不会减少，通常它会增加。另一个重要的性质是，两个系统的整体熵并不会比单一系统熵的总和小。人们通常会发现，整体的熵就是各部分熵的总和。比如，室温下两杯普通水的熵是一杯水的熵的两倍。如果两个系统纠缠在一起，我们就能准确地知道它们的联合量子态，在这种情况下它们作为一个整体根本没有熵；然而，单个系统本身却可能具有相当大的熵！

就黑洞而言，熵等于视界的面积除以一个与引力强度相关的常数。公式为$S=A/(4G_N)$，其中G_N是牛顿常数，它也出现在爱因斯坦方程中。这个公式对于黑洞的讨论如此重要，以至于它通常被称为面积定理。经典广义相对论的定理表明，在诸如黑洞碰撞等过程中，黑洞视界的总面积必然增加。这个结论被视为热力学第二定律的黑洞版本。值得强调的是，这些定理只在经典情况（即不产生像霍金辐射这样的量子效应）下成立。霍金辐射确实会导致黑洞质量慢慢减少，这意味着它们的视界面积也会随之减小。但是，这个过程极其缓慢。

面积定理表明，黑洞与普通的热力学物质十分不同。事实上，普通物质的熵通常与体积成正比，比如前文中提到的，两杯水的熵通常是一杯水的熵的两倍。我们也可以说，水的熵与其质量成正比，因为两杯水的质量是一杯水的两倍。而黑洞熵与面积的比例关系似乎表明，大黑洞的熵比我们按其体积估计的熵要小得多，但又远超我们按其质量估计的熵。我们进行估计的方法是，考虑将两个黑洞（每个黑洞都有一倍的太阳质量）合并成一个更大的黑洞。接下来的讨论会较为粗浅，因为我们将忽略第6章中介绍的黑洞合并产生的引力波及其能量释放。在忽略了这个因素之后，最终黑洞的质量是一个初始黑洞质量的两倍，而最终黑洞的实际熵是一个初始黑洞熵的4倍。这比我们按质量估计的熵大得多，因为如果熵与质量成正比，那么最终黑洞的熵应该只是一个初始黑洞熵的两倍。而最终黑洞的熵又比我们按体积估计的熵小，因为简单地说，最终黑洞的体积应该是一个初始黑洞体积的8倍，而实际的熵却只有4倍。正确的比例关系源自认为熵与视界本身有关的观点，即视界每增加一个与G_N成正比的值时，熵就会有相当于一个新量子比特的增量。

贝肯斯坦最早提出了这一惊人的观点，即相比占据相同时空区域的其他任何形式的物质，黑洞的熵都更大。贝肯斯坦观点的一个简单版本是，在有限的时空区域中，普通物质想要拥有像黑洞这么大的熵，它的量就必须足够多，以至于有引力坍缩的风险。事实上，在普通物质的熵超过黑洞之前，它已经坍缩为一个黑洞。从这个意义上说，坍缩为黑洞可能是最无序和最不可逆的现象。

在某些限制条件下，弦理论为面积定理提供了一个微观的论证，但总的来说，我们没有从基本原理推导出面积定理。然而，特德·雅各布森（Ted Jacobson）却认为，如果假设黑洞热力学，特别是面积定理，以及微分几何的一些基本概念成立，就可以推导出广义相对论的核心——爱因斯坦方程。而且，众所周知，如果爱因斯坦方程在保持其潜在对称性的条件下被修改了，面积定理就会改变，但霍金的计

算本质上保持不变。所以，黑洞熵被视为一个描述时空动力学的十分与众不同的工具。然而，黑洞熵究竟是什么呢？

胡安·马尔达西纳（Juan Maldacena）和伦纳德·萨斯坎德（Leonard Susskind）的最新建议，应该使纠缠熵更接近黑洞熵。回想一下EPR悖论，即两个处于纠缠态的自旋粒子被分开，令人困惑的一点在于，虽然两个纠缠的自旋粒子的联合量子态是确定的，但却无法确定任何一个粒子的量子态。每个自旋粒子都是一个量子比特，且都具有相当于一个量子比特的熵值。我们是否可以想象，在某个微观层面上，每一个自旋粒子都相当于一个黑洞，它们的纠缠在空间几何上就像它们之间的虫洞。但对于这个想法，有两个明显的反对理由。第一，熵只有一个量子比特的黑洞如此小，以至于它的几何可能没有任何意义。第二，正如第3章讨论的那样，虫洞是不可穿越的。为了解决这些问题，我们先想象一下具有更多可能量子态的更大系统，它们也有更大的熵。但是，我们依然让艾丽丝和鲍勃分别拥有这两个更大的系统，它们完美地纠缠在一起，因此它们的联合量子态是确切可知的。我们曾以纯镁条为例说明更大的系统，但现在我们想使用一些更神秘的物质，它们不久后就会坍缩成黑洞。简言之，艾丽丝和鲍勃现在相距很远，并且都在各自的黑洞附近，每个黑洞都至少有一大部分熵是由两个系统之间的量子纠缠产生的。所以，胡安·马尔达西纳等人提出，这两个黑洞由虫洞连接，这个虫洞就是它们的纠缠的几何表现。

我们如何验证这个想法呢？可以做一个思想实验，让艾丽丝和鲍勃分别测量他们的系统。近距离地观察一个正在发生引力坍缩的系统是一项危险的任务，因为在这个过程中观测者极有可能被吸入黑洞。即使从概念的角度看，这听起来也很糟糕，因为它似乎阻止了艾丽丝和鲍勃测量并比较他们的发现，以检查两个系统是否真的纠缠在一起。等一下！我们假设有一个虫洞将这两个黑洞连接起来。艾丽丝和鲍勃都可能被吸入各自的黑洞，但由于虫洞的存在，这两个黑洞共享

同一个内部空间。单独的观测者不可能穿过虫洞从一个外部空间到达另一个外部空间，但实际上从两端分别进入虫洞的两个观测者可能会在虫洞内部相遇。所以，艾丽丝和鲍勃实际上可以比较他们的观测记录。这是支持虫洞率先形成的想法的关键点之一，因为如果没有这样的虫洞存在，艾丽丝和鲍勃就无法比较他们的测量结果，量子纠缠的概念也会被动摇。艾丽丝和鲍勃可能会感到些许安慰，因为在落入各自黑洞的有限时间内，他们将撞上共同的黑洞奇点。至少，他们可以在结局到来之前进行最后的量子力学验证！

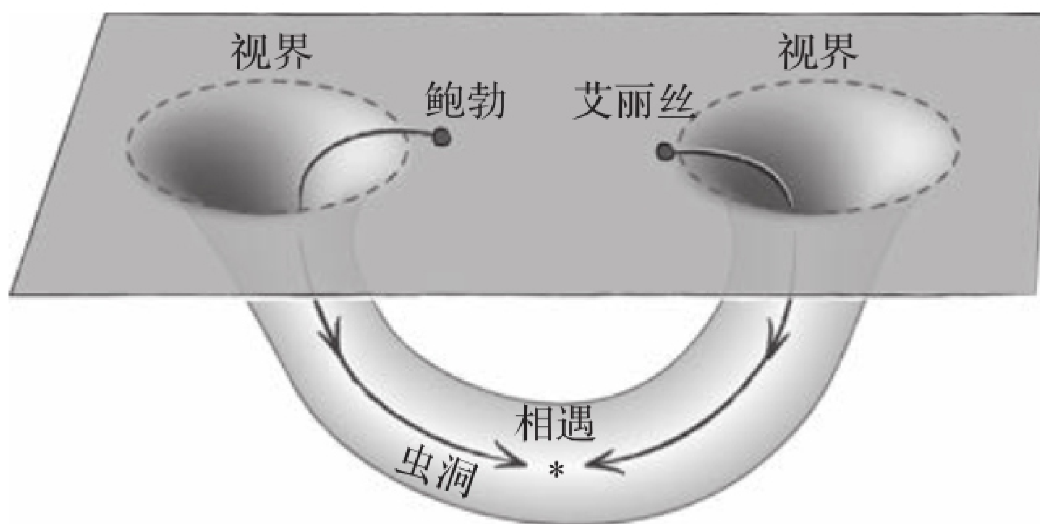


图7-3 一个连接艾丽丝和鲍勃附近时空区域的虫洞。纠缠的量子态形成了虫洞，使得艾丽丝和鲍勃能在黑洞内部相遇。然后，在他们与黑洞奇点发生致命碰撞之前，他们可以验证对量子纠缠的测量结果

退一步看这些激烈的理论讨论，我们有理由质疑，上文中描述的观测者必须跳进黑洞的思想实验是否有现实意义。留在外部的观测者将永远不会知道（至少通过经典方式）艾丽丝和鲍勃能否相遇。这一切都只是假设吗？理论学家们通常的看法是，它不只是假设。我们必须记住，黑洞视界是关于未来命运的问题，而不是瞬间的体验。我们可以马上就进入一个宇宙学黑洞，但却需要比宇宙目前的年龄更长的时间才能到达它的奇点。许多宇宙学家想象，最终的坍缩可能是无限

膨胀的宇宙最有可能的终极命运。或许在时空的尽头，会发生某种超越我们想象的创造性破坏，也未可知。

---

1. 1埃=10^{-10}米。
2. 有的读者可能会被两个电子是完全相同的粒子这一事实困扰。其实，我们完全可以拿一个电子和一个质子来构成联合量子态，但我们依然不能辨别哪个粒子是自旋向上，哪个粒子是自旋向下。
3. 随着观测者靠近视界，在不涉及温度或量子效应的情况下，我们可以根据引力红移的空间变化来定义和计算表面引力。结果表明，如果存在一个与黑洞的质量和半径相同的球体，那么黑洞表面引力将与一个坐在这个假想球体表面的观测者感受到的牛顿引力加速度相等，因此这个力也被称为“表面引力”。

结语

我们不相信时间旅行，也不热衷神秘主义，但如果我们能给阿尔伯特·爱因斯坦写一封信，用几段文字告诉他关于引力和黑洞的研究进展，我们会这样写：

亲爱的阿尔伯特，

你是最出色的。人人都知道的物理学方程就是$E=mc^2$。《时代周刊》将你评选为“世纪人物”。关于爱因斯坦的笑话再也没人讲了，因为每个人都知道那并不好笑。尽管我们已经拥有了许多核武器，但是我们还没把自己炸飞。事实上，在“二战”结束前投掷的那两颗原子弹是核武器仅有的一次用于杀戮的目的。

如今，我们对广义相对论和黑洞更感兴趣，因为巨大的LIGO探测器成功探测到发生在10多亿年前的一次黑洞碰撞发出的引力波信号。我们写了一本有关黑洞的书，因为我们知道你对施瓦西解非常感兴趣，但或许对它的物理意义不太确定，所以我们想告诉你，在你离世后的60多年中的一些相关进展。

在施瓦西解里存在一个事件视界。一旦你穿过它，除非你的速度超过光速，否则你就再也回不来了。如果你还记得施瓦西解的形式，当半径等于质量乘以牛顿引力常数的时候，它就会表现出一些奇异性，尤其是度规的时间项（我们现在称之为时移函数）消失了，那是事件视界的地方。当半径趋于零时，施瓦西解也会表现出奇异性，我们最好的理解就是这些奇异性标志着一个时空奇点，空间几何在那里失效了。如果你进入一个施瓦西黑洞，你肯定会碰到奇点，但我们不

知道接下来会发生什么，甚至用“接下来”这个词是不是合适，也值得商榷。

我们多么希望你能看到在你过世后的20多年里广义相对论研究工作的进展。约翰·惠勒是其中的核心人物。（我们跟他熟识！他和我们同在普林斯顿大学直到2008年他离开这个世界。）他让“黑洞”这个描述施瓦西解及其度规的词变得流行。一位名叫罗伊·克尔的新西兰人找到了施瓦西度规的一般化形式，用于描述旋转黑洞。这是一个相当复杂的度规！而且重要的是，它描述了坍缩恒星的终态，它们总有一些非零的角动量。

我们现在十分确信宇宙中有很多黑洞。像钱德拉塞卡、托尔曼（Tolman）、奥本海默（Oppenheimer）和沃尔科夫（Volkoff）等人早在20世纪30年代就说过，如果你把太多的质量放到一起，那么没有什么能够支撑住它们。具体的数字难以估算，但如果一颗恒星在核燃料耗尽后还剩下3倍的太阳质量，那么它将会坍缩成一个黑洞。更令人惊奇的是，在星系中心还有更大的黑洞。银河系中心就有一个约为400万倍太阳质量的黑洞。我们没有开玩笑！现代的观点一致认为许多星系的中心都有很大的黑洞，甚至达到几十亿倍的太阳质量。我们现在尚不清楚这些黑洞是怎么形成的，但就银河系而言，通过观测一些恒星的轨迹和黑洞的引力效应，我们确信它的中心存在黑洞。

LIGO探测到引力波实在是一项了不起的成就。LIGO是一台巨大的迈克尔逊干涉仪，每条干涉臂有4千米长。LIGO的全称是激光干涉引力波天文台。就激光本身而言，它是神奇的单色光源，聚焦好、功能强，我们可以用它们来焊接金属。与此同时，它很便宜，我们在现代唱片机上用它们取代针头。尽管我们还没能制造出会飞的汽车，但激光已被广泛使用。总之，当时建造LIGO就是出于严谨的科学目的，并偶然捕捉到正好经过的完美的引力波，它们的波形与描述两个黑洞合并的模板相匹配，每个黑洞都约有30倍的太阳质量。全世界再次为广

义相对论而折服，因为它成功描述了黑洞附近的强场区域，在那里时空被撕扯成碎片；它也描述了远场区域，在那里引力波是穿越时空的最微弱的声音。

你的另一个取得很大进展的想法是宇宙常数。尽管你曾说它是你最大的失误，但我们现在认为那是你对场方程做出的一个小修正。它实际上在大的长度尺度上很重要：天文学家将无法解释膨胀的宇宙的近期演化，除非宇宙中所有能量的70%来自宇宙常数的贡献，有时我们称之为“暗能量”，因为两者的行为非常相似。宇宙常数并不像你最初引入它时所想的那样（让宇宙保持静态），暗能量其实正在让宇宙沿着一个指数膨胀的道路加速。从另一个方面考虑，寻求统一理论引发了对有负宇宙常数的时空的大量研究。包含负宇宙常数的五维广义相对论会与量子理论在四维时空的边界上自然连接起来，这几乎表明量子理论是广义相对论的一个投影。

我们现在确信量子理论是正确的。（非常抱歉。）一位名叫史蒂芬·霍金的英国物理学家证明，量子理论说明黑洞能够发出辐射，尽管温度很低。黑洞也有巨大的熵，与你的场方程的解一样都是独特的。或许下面的消息会让你感觉很棒，你和波多尔斯基、罗森写的论文现在看来非常重要。今天，人们甚至正在尝试制造量子计算机，依据的理论就是你们的那篇论文。

尽管许多普林斯顿大学的教授现在上班不再打领带了，但我们大都还穿袜子。卡内基湖美丽依旧，但我们在那里再也看不到许多船员了，不过湖边多了一个鹰的巢穴。我们尚未推导出统一场论，但我们一直在尝试。最好的未来即将来临。

译后记

很高兴看到我和我的学生一起翻译的《黑洞之书》终于出版了，这是一本我很喜欢的书。

翻译此书的初衷是带有一些私心的。我自己从事黑洞研究，而且指导学生做相应的研究。学生需要一本相对简单、全面、权威且包含学界研究最新进展的黑洞入门读物，这本篇幅精炼的《黑洞之书》就完全满足了我的这些需求，所以当中信出版社科普工作室邀请我翻译此书的时候，我欣然答应了。

黑洞是宇宙间最为简单却又极为神秘的一类天体，这本书介绍了黑洞的发现历史、基本知识以及它的研究现状和最新进展。牛顿提出的万有引力定律，可以说是人类认识史上的一件巅峰之作，黑洞概念的雏形就是由18世纪的数学家拉普拉斯在牛顿定律的基础上提出来的。然而，对于黑洞的现代描述却是建立在爱因斯坦的广义相对论的基础之上。在广义相对论提出的几个月之后，当时身处俄国前线的德国物理学家卡尔·施瓦西依然心系科研，在战壕之中得到了爱因斯坦方程的第一个黑洞数学解，它描述了没有转动黑洞周围的时空几何。不幸的是，因为身染重疾，几个月后施瓦西就在前线过世了。为了纪念施瓦西的重要贡献，后人将此解命名为施瓦西解。

宇宙间的天体通常都有自身的转动，更符合实际情况的克尔解的出现让人们等待了将近50年。直到20世纪60年代初，爱尔兰数学家罗伊·克尔得到了旋转黑洞的精确解，这也是对宇宙间普遍真实存在的黑洞周围几何的理论描述。就在同一时期，随着X射线天文学的出现与兴起，第一个后来被确认为黑洞的系统——天鹅座X－1——被观测

到，作为20世纪60年代的四大天文学重大发现之一的类星体，在后来也被确认为与超大质量黑洞有关。这些理论和观测的发展齐头并进，激发出物理学家和天文学家的研究兴趣与热情，自此，对于黑洞的研究进入了黄金时期。我们现在所知道的大部分关于黑洞的知识和问题就是在20世纪六七十年代完成的，约翰·惠勒、基普·索恩、史蒂芬·霍金等是这一黄金时期的代表人物。

在对单个黑洞的研究趋向成熟之际，黑洞研究的热点逐渐转向了双黑洞的合并及其产生的引力波，这也是伴随着计算机的成熟而逐渐发展起来的。索恩教授是这方面的先行者，他不仅大力发展用来探测引力波的地面装置，也发展团队开展相对论数值模拟，计算两个黑洞的合并。从20世纪90年代筹建地面设备开始，经过一次大规模的设备升级，2015年9月14日，美国的激光干涉引力波天文台（LIGO）终于探测到了距离地球10亿光年的引力波。这是对爱因斯坦广义相对论的再一次验证，让我们不禁感叹爱因斯坦理论的伟大。这一年也恰好是广义相对论发表100周年，此时发现引力波极具纪念意义。引力波的直接探测，还为人类探索宇宙打开了一个全新的窗口。通过引力波，科学家们又一次发现了一些前所未见的现象，比如，大质量的恒星级黑洞。这些新的发现不断地改变着我们对宇宙天体的认识，索恩教授作为LIGO项目的领军人物之一，喜获2017年诺贝尔物理学奖。

这些历史故事都穿插于此书的各个章节中。除此之外，对于大家所好奇的冻结星问题、黑洞中心能否实现时空倒流等问题，本书也都有提及。需要说明的是，虽然最初翻译此书藏有一点儿私心，但这本书不仅适合想了解黑洞的学生，同样适合想对黑洞有更多了解的没有专业背景的读者。在此书翻译和校对的过程当中，就某些疑难问题请教了我的同事、国家天文台的陆由俊老师，在此表示衷心感谢。本书经过译者和编辑的共同努力，希望能够把最好的内容展现给读者。愿读者通过阅读此书，能够对宇宙神秘天体多一分了解，少一分神秘，从而扩展自己的知识疆域。

是为记，纪念辛苦的翻译和不易的出版。

——苟利军

2018年9月